Étude d'un mouvement et tracés de vecteurs à l'aide de Python

Doc. 8,4 Bis

Résumé

L'objectif de cette activité est d'étudier le mouvement filmé d'une balle et de construire les vecteurs vitesse $\vec{v}$, accélération $\vec{a}$ et de comparer ce dernier à la résultante des forces, pour chacune des positions.

§1. Travail expérimental

- Charger la vidéo nommée BallTossOut.mp4 dans le logiciel Mecachrono.
- Sélectionner « 30 images par seconde » et « un échantillon toutes les 1 images ».
- Placer l'origine et le repère à un endroit qui vous semblera opportun (on peut aussi ne pas modifier sa position).
- Définir l'échelle en utilisant la règle à l'écran : **chaque segment vertical jaune mesure 10 cm de long. En sélectionner 10.**
- Cliquer sur les différentes positions de la balle.
- Sélectionner l'onglet « Tableau de valeurs » et exporter les données sous une forme directement exploitable sous Python.

§2. Exploitation

Q1. Insérer les listes contenant les dates t et les valeurs des coordonnées x et y dans la zone (Q1).

Réponse :

```
t = [ 0, 0.0333333, 0.0666666, 0.0999999, 0.133333, 0.166666, 0.2, 0.233333, 0.266666, 0.3,
0.333333, 0.366666, 0.4, 0.433333, 0.466666, 0.499999, 0.533333, 0.566666, 0.599999, 0.633333,
0.666666]
x = [0.281197, 0.340018, 0.395274, 0.454095, 0.511134, 0.568173, 0.625212, 0.68225, 0.741071,
0.79811, 0.855149, 0.91397, 0.974574, 1.03161, 1.09043, 1.14747, 1.20629, 1.2669, 1.3275,
1.3881, 1.45227]
y = [0.650325, 0.723406, 0.784009, 0.835701, 0.874915, 0.903434, 0.921259, 0.928389, 0.924824,
0.908782, 0.883827, 0.846395, 0.794704, 0.735883, 0.662802, 0.579026, 0.486338, 0.379391,
0.261748, 0.129846, -0.0127504]
```

Q2. Rappeler la définition de la trajectoire d'un système mécanique.

Réponse : La trajectoire est l'ensemble des positions que le système occupe au cours de son mouvement.

Dans la suite de ce document, on étudie le mouvement du système par rapport au référentiel terrestre, supposé galiléen.

Q3. Compléter le code de la zone (Q2). L'objectif est d'afficher la trajectoire du système.

Réponse :

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=100)
plt.plot(x, y, 'o')
plt.xlabel("$x$ (m)")
plt.ylabel("$y$ (m)")
plt.show()
```

Q4. La trajectoire correspond-elle bien à ce que l'on peut voir sur la vidéo ?

Réponse : La trajectoire est bien parabolique.

Q5. On cherche à tracer l'évolution de l'abscisse horizontale x en fonction du temps t. Compléter le code de la zone Q3.

Réponse :

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=100)
plt.plot(t, x, 'o')
plt.xlabel("$t$ (s)")
plt.ylabel("$x$ (m)")
plt.show()
```

Q6. Comment peut-on qualifier le mouvement horizontal ?

Réponse : Le mouvement est uniforme selon la direction (Ox).

Q7. On cherche à tracer l'évolution de l'ordonnée y en fonction du temps t. Compléter le code de la zone Q4.

Réponse :

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=100)
plt.plot(t, y, 'o')
plt.xlabel("$t$ (s)")
plt.ylabel("$y$ (m)")
plt.show()
```

Q8. Le mouvement vertical est-il : uniforme ? accéléré ? nul ?

Réponse : Le mouvement vertical est accéléré puisque les distances parcourues pendant des durées égales sont différentes.

⚠ Avertissement

Pour déterminer les composantes des vecteurs vitesse $\vec{v}(t)$ et accélération $\vec{a}(t)$, on doit calculer les dérivées des fonctions $x(t)$ et $y(t)$ puis $v_x(t)$ et $v_y(t)$. Cependant, comme les données expérimentales comportent de légères fluctuations, calculer directement la dérivée accentue ces irrégularités et donne au final des fonctions très « bruitées » ; il vaut donc mieux tracer d'abord modéliser les données, puis calculer les dérivées.

Q9. Dans la zone Q5, compléter le code des fonctions `modele_x` et `modele_y`, en fonction du comportement global des fonctions $x(t)$ et $y(t)$ constaté lors des questions précédentes.

Réponse : On modélise la fonction $x(t)$ par une fonction affine et la fonction $y(t)$ par une fonction quadratique.

```
# Nouvelles dates pour l'affichage des grandeurs modélisées
t_mod = np.linspace(min(t), max(t), 101)

# Fonction modèle pour le comportement de x en fonction de t
def modele_x(x, a, b):
    return a * x + b

# Fonction modèle pour le comportement de y en fonction de t
def modele_y(x, a, b, c):
    return a * x**2 + b * x + c

# Détermination des paramètres optimaux pour x en fonction de t
popt, pcov = curve_fit(modele_x, t, x)
a_xmod = popt[0]
b_xmod = popt[1]

# Détermination des paramètres optimaux pour y en fonction de t
popt, pcov = curve_fit(modele_y, t, y)
a_ymod = popt[0]
b_ymod = popt[1]
c_ymod = popt[2]

# Valeurs de x modélisées
x_mod = modele_x(t_mod, a_xmod, b_xmod)

# Valeurs de y modélisées
y_mod = modele_y(t_mod, a_ymod, b_ymod, c_ymod)
```

Q10. Compléter le code de la zone Q6. L'objectif est d'afficher $x(t)$, $y(t)$, $x_{\text{mod}}(t_{\text{mod}})$ et $z_{\text{mod}}(t_{\text{mod}})$ afin de vérifier la pertinence de la modélisation.

Réponse :

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=100)
plt.plot(t, x, 'o', label="$x$", color="green")
plt.plot(t, y, 'o', label="$y$", color="orange")
plt.plot(t_mod, x_mod, '-', label="$x_{mod}$", color="green")
plt.plot(t_mod, y_mod, '-', label="$y_{mod}$", color="orange")
plt.xlabel("$t$ (s)")
plt.legend()
plt.show()
```

⚠ Avertissement

Dans la suite de cette activité, on effectue le calcul de toutes les nouvelles grandeurs à partir des fonctions $x_{\text{mod}}(t_{\text{mod}})$ et $y_{\text{mod}}(t_{\text{mod}})$.

Q11. Compléter le code de la zone Q7. L'objectif est de construire les fonctions $v_x(t)$ et $v_{y(t)}$, composantes horizontale et verticale du vecteur vitesse $\vec{v}$.

Réponse :

```
vx = [0] * len(t_mod)  # Que fait-on ?
vy = [0] * len(t_mod)  # Que fait-on ?

for i in range(1, len(t_mod) - 1):   # Pourquoi cet intervalle ?
    vx[i] = (x_mod[i + 1] - x_mod[i - 1]) / (t_mod[i + 1] - t_mod[i - 1])
    vy[i] = (y_mod[i + 1] - y_mod[i - 1]) / (t_mod[i + 1] - t_mod[i - 1])
```

Q12. Compléter le code de la zone Q8. L'objectif est de tracer l'évolution au cours du temps des composantes du vecteur vitesse $\vec{v}$.

Réponse :

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=100)
plt.plot(t_mod[1: -1], vx[1: -1], '-', label="$v_x$")
plt.plot(t_mod[1: -1], vy[1: -1], '-', label="$v_y$")
plt.xlabel("$t$ (s)")
plt.legend()
plt.show()
```

Q13. Compléter le code de la zone Q9. L'objectif est de construire les fonctions $a_x(t)$ et $a_{y(t)}$, composantes horizontale et verticale du vecteur accélération $\vec{a}$.

Réponse :

```
ax = [0] * len(t_mod)  # Que fait-on ?
ay = [0] * len(t_mod)  # Que fait-on ?

for i in range(2, len(t_mod) - 2):  # Pourquoi cet intervalle ?
    ax[i] = (vx[i + 1] - vx[i - 1]) / (t_mod[i + 1] - t_mod[i - 1])
    ay[i] = (vy[i + 1] - vy[i - 1]) / (t_mod[i + 1] - t_mod[i - 1])
```

Q14. Compléter le code de la zone Q10. L'objectif est de tracer l'évolution au cours du temps des composantes du vecteur accélération $\vec{a}$.

Réponse :

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=100)
plt.plot(t_mod[2: -2], ax[2: -2], '-', label="$a_x$")
plt.plot(t_mod[2: -2], ay[2: -2], '-', label="$a_y$")
plt.xlabel("$t$ (s)")
plt.legend()
plt.show()
```

Q15. À partir de l'analyse des courbes obtenues à la question précédente, confirmer l'analyse du mouvement effectuée aux question Q6 et Q8.

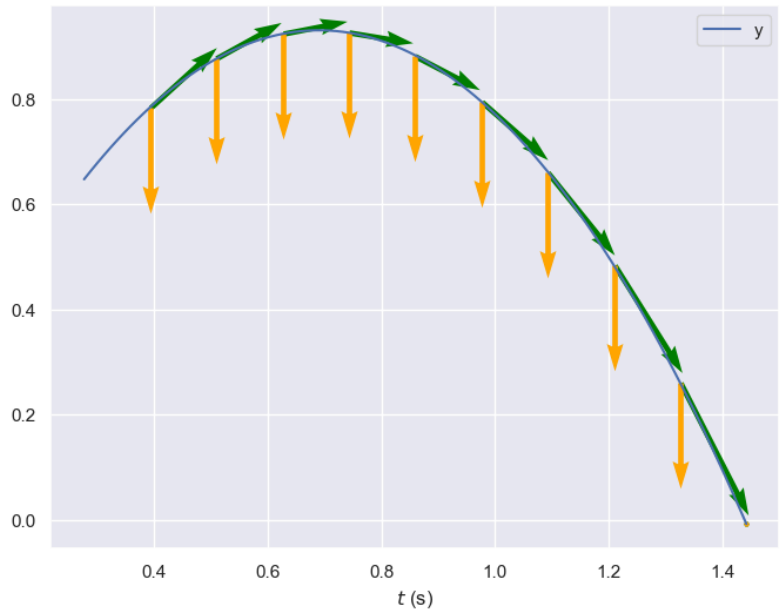
Réponse : La composante horizontale de l'accélération est nulle, le mouvement est donc uniforme selon cette direction.

La composante verticale de l'accélération est constante, le mouvement est donc uniformément accéléré selon cette direction.

Ces résultats confirment les analyses menées aux questions Q6 et Q8.

Q16. Dire quelles sont les grandeurs représentées sur le graphique ci-dessous, créé grâce au code de la zone Q11 :

```
plt.figure(figsize=(8, 6), dpi=100)
plt.plot(x_mod, y_mod, '-', label="y")
for i in range(1, len(x_mod)):
    if i % 10 == 0:
        plt.quiver(x_mod[i], y_mod[i], vx[i], vy[i], angles="xy", color="green", scale=20)
        plt.quiver(x_mod[i], y_mod[i], 0, ay[i], angles="xy", color="orange", scale=70)
        #plt.text(x_mod[i]+10, y_mod[i]+10, "jkl")
plt.xlabel("$t$ (s)")
plt.legend()
plt.show()
```



Réponse : Les vecteurs tracés en orange représentent l'accélération alors que les vecteurs tracés en vert représentent la vitesse.

Q17. Faire un bilan des forces. Le résultat de cette étude est-il en adéquation avec ce bilan ?

Réponse : Si on néglige l'interaction du système avec l'air, la seule interaction à modéliser est celle du système avec le champ de pesanteur $\vec{g}$ supposé uniforme. Ce dernier communique au système une accélération verticale, dirigée vers le bas. Ceci est bien en accord avec l'analyse menée dans cette activité.