Mouvement d'un système ponctuel dans le champ de pesanteur uniforme

Chap. 8,2

A Objectif

Cette séance a pour objet l'étude du mouvement d'un système ponctuel dans le champ de pesanteur uniforme. Après avoir revu la notion de champ, nous appliquerons les lois de Newton étudiées au chapitre précédent, puis les théorèmes énergétiques vus en première.

B Champ de pesanteur

B.1 Qu'est-ce qu'un champ ?

En physique, un **champ** est la représentation, *en chaque point de l'espace*, d'une grandeur physique. Cette dernière peut être **scalaire** (pression, température, ...) ou **vectorielle** (vitesse, champ électrique, ...).

Les physiciens considèrent que toutes les interactions se produisent via des champs, qu'ils soient gravitationnels, électromagnétiques, nucléaires, etc. *Un corps A crée dans l'espace un champ qui est responsable de l'apparition d'une force qui agit sur tout objet B situé à cet endroit* (si cet objet est sensible à l'interaction, bien entendu). Ce champ existe, que l'objet B soit présent ou non, et peut perdurer même si le corps A disparaît ou se déplace[1].

B.2 Qu'est-ce que le champ de pesanteur en un point de l'espace ?

L'interaction entre une masse ponctuelle m_1, située à un point M à proximité de la Terre, et la Terre elle-même est modélisée par une force nommée poids, notée $\overrightarrow{P_1}$. Cette force est orientée vers la Terre et suit la direction verticale du lieu, avec une intensité proportionnelle à la masse m_1.

De même, une masse m_2 placée au même point M est soumise à la force $\overrightarrow{P_2}$ de même direction et sens que $\overrightarrow{P_1}$ et de valeur toujours proportionnelle à cette masse m_2.

On peut renouveler l'opération avec une masse m_3, on obtient un comportement similaire à ceux décrits ci-dessus.

On peut résumer la situation en écrivant que :

$$\frac{\overrightarrow{P_1}}{m_1} = \frac{\overrightarrow{P_2}}{m_2} = \frac{\overrightarrow{P_3}}{m_3} = \dots$$

1. En effet l'information selon laquelle A s'est déplacé ou a disparu se propage à une vitesse finie. Par exemple, on voit dans le ciel des étoiles qui ont disparu ou qui ne se trouvent plus à l'endroit où on les vise.

La Terre communique donc au point M de l'espace une propriété telle que toute masse ponctuelle qui est placée en ce point est soumise à une action proportionnelle à la valeur de cette masse et appelée poids. **L'action par unité de masse qu'exerce la Terre sur n'importe quelle masse en un point M est appelée le *champ de pesanteur au point M*** et notée $\vec{g}(M)$.

Le champ de pesanteur $\vec{g}(M)$ est donc tel que :

$$\vec{g}(M) = \left(\frac{\vec{P}_1}{m_1}\right)_{\text{en } M} = \left(\frac{\vec{P}_2}{m_2}\right)_{\text{en } M} = \left(\frac{\vec{P}_3}{m_3}\right)_{\text{en } M} = \dots$$

ou

$$\vec{P}_1\,(M) = m\,\vec{g}(M)$$

B.3 Le champ de pesanteur est un champ uniforme

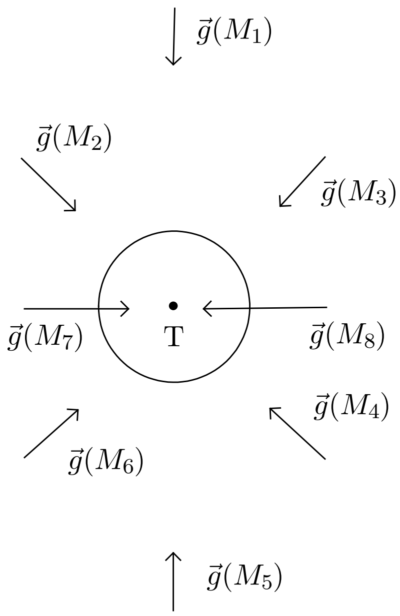


Figure 1. *Champ de pesanteur non uniforme.*

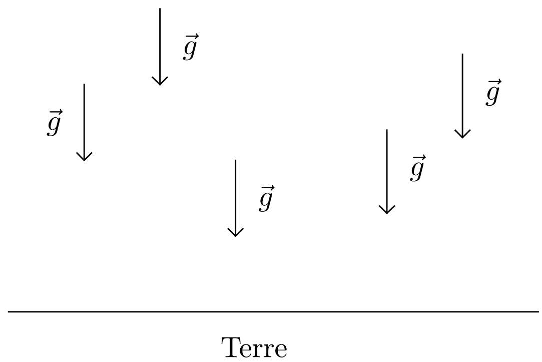


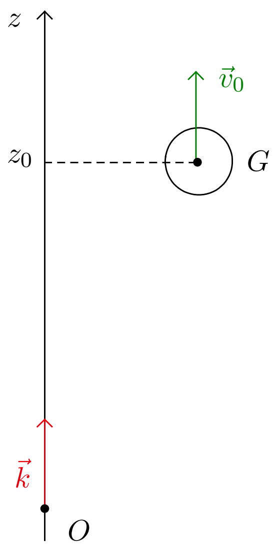
Figure 2. *Champ de pesanteur uniforme.*

À l'échelle de la planète, *la direction et la valeur du champ de pesanteur varient*. Cependant, on peut déterminer que pour deux points de la surface de la terre distants de 2 kilomètres l'angle que font entre eux deux vecteurs champ de pesanteur $\vec{g}(M_1)$ et $\vec{g}(M_2)$ est de l'ordre de 0,01° et que l'intensité (ou valeur) du champ de pesanteur varie de moins de 1% lorsqu'on s'élève de 32 km. Par conséquent, pour des régions de l'espace limitées à quelques kilomètres, on peut considérer que $\vec{g}$ est un *vecteur pratiquement constant*. On dit alors que le *champ de pesanteur est uniforme*.

Attention. Lorsqu'on dit qu'un champ est uniforme, on ne se limite pas à sa valeur ! Uniforme est ici synonyme de constant !

C Chute verticale d'une balle dans le champ de pesanteur uniforme. Utilisation des lois de Newton

C.1 Situation étudiée



On lance une balle, de masse m, verticalement vers le haut depuis l'altitude z_0 au dessus de l'origine choisie.

On cherche à déterminer :

1. Quelle sera l'altitude maximale z_{max} que la balle va atteindre.
2. Quelle sera la valeur v_1 de la vitesse lorsque la balle repassera à l'altitude z_0.
3. Quelle sera la relation entre v_1 et v_0.
4. Quelle sera la durée au bout de laquelle la balle atteindra le sol (origine des altitudes).
5. Quelle sera la vitesse de la balle lorsqu'elle atteindra le sol.

C.2 Mise en équation

1) Construire le diagramme objets – interactions de la situation étudiée.

2) Quel est le système étudié ?

3) Dans quel référentiel l'étude est-elle menée ?

4) Déduire de la question précédente les interactions à prendre en compte et les modéliser.

Remarque. La balle est un objet dense et peu volumineux, l'interaction avec l'air peut être négligée.

5) Schématiser la situation.

6) Écrire la deuxième loi de Newton et en déduire l'expression du vecteur accélération du centre d'inertie de la balle.

7) Donner la caractéristique du mouvement du centre d'inertie de la balle.

8) Quelle particularité présente l'accélération du centre d'inertie de la balle ?

On appelle « **chute libre** dans le champ de pesanteur » (ici terrestre) un mouvement pour lequel la seconde loi de Newton s'écrit :

$$\vec{a}_G = \vec{g} \tag{1}$$

C.3 Établissement des équations horaires du mouvement

On appelle **équations horaires** les expressions des coordonnées d'un système en fonction du temps.

C.3.1 Projection de l'équation du mouvement

9) Établir, à partir de la relation (1), l'expression de a_z, la composante du vecteur accélération dans le repère $(O;\vec{k})$.

Remarque. Comme le mouvement est manifestement vertical — à une dimension donc — on a choisi le repère cartésien à une dimension $(O;\vec{k})$.

C.3.2 Détermination de la composante v_z de la vitesse le long de l'axe (Oz)

10) Établir, à partir de la relation (2), l'expression de la composante v_z de la vitesse du système en fonction du temps.

C.3.3 Détermination de la composante z de la position le long de l'axe (Oz)

11) Établir, à partir de la relation (4), l'expression de la composante z de la position du système en fonction du temps.

C.4 Utilisation des équations horaires

C.4.1 Détermination de l'altitude z_{max}

12) Établir l'expression de l'altitude maximale z_{max} à laquelle le système parvient.

Note. Les équations horaires donnent l'expression des coordonnées d'espace en fonction du temps. *Toute question dont la résolution nécessite l'utilisation des équations horaire doit donc être reformulée de façon à faire apparaître le temps.*

Par exemple, la question « Déterminer l'altitude maximale atteinte par le système » doit devenir « À quelle date le système parvient-il à l'altitude maximale » puis « Quelle est l'altitude à cette date » ?

C.4.2 Détermination de la valeur de la vitesse v_1 lorsque la balle repasse à l'altitude z_0

13) Déterminer la valeur v_1 de la vitesse lorsque la balle repasse à l'altitude z_0 en fonction de v_0.

C.4.3 Détermination de la date d'arrivée au sol (altitude nulle) et de la vitesse du système à cette date

14) Déterminer les expressions de la date d'arrivée à l'altitude zéro et de la valeur de la vitesse à cet instant.

D Chute verticale d'une balle dans le champ de pesanteur uniforme. Utilisation des théorèmes énergétiques

D.1 Utilisation du théorème de l'énergie cinétique

15) Déterminer l'altitude maximale z_{max} à laquelle la balle parvient, par application du théorème de l'énergie cinétique.

16) Déterminer la valeur v_1 de la vitesse lorsque la balle repasse à l'altitude z_0 en fonction de v_0, par application du théorème de l'énergie cinétique.

17) Déterminer la valeur v_2 de la vitesse lorsque la balle arrive au niveau du sol, par application du théorème de l'énergie cinétique.

D.2 Utilisation du théorème de l'énergie mécanique

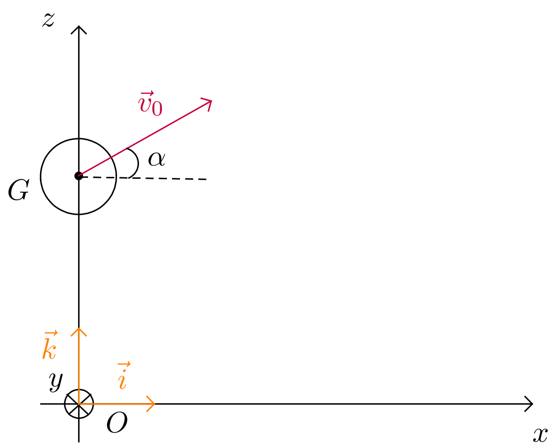
18) Déterminer l'altitude maximale z_{max} à laquelle la balle parvient, par application du théorème de l'énergie mécanique.

19) Déterminer la valeur v_1 de la vitesse lorsque la balle repasse à l'altitude z_0 en fonction de v_0, par application du théorème de l'énergie mécanique.

20) Déterminer la valeur v_2 de la vitesse lorsque la balle arrive au niveau du sol, par application du théorème de l'énergie mécanique.

E Mouvement plan d'une balle dans le champ de pesanteur uniforme. Utilisation des lois de Newton.

E.1 Situation étudiée



On lance une balle, de masse m, vers le haut et vers la droite, avec un angle α par rapport à l'axe (Ox), depuis l'altitude z_0 au dessus de l'origine choisie.

On cherche à déterminer :

1. La forme de la trajectoire.
2. L'altitude maximale z_{max} jusqu'à laquelle la balle va s'élever.
3. La portée du lancer, c'est à dire la distance parcourue horizontalement par la balle avant de toucher le sol.

E.2 Mise en équation

21) Construire le diagramme objets – interactions de la situation étudiée.

22) Quel est le système étudié ?

23) Dans quel référentiel l'étude est-elle menée ?

24) Déduire de la question précédente les interactions à prendre en compte et les modéliser.

Remarque. La balle est un objet dense et peu volumineux, l'interaction avec l'air peut être négligée.

25) Schématiser la situation.

26) Écrire la deuxième loi de Newton et en déduire l'expression du vecteur accélération du centre d'inertie de la balle.

E.3 Détermination des équations horaires du mouvement

E.3.1 Projection de l'équation du mouvement

27) Établir, à partir de la relation (7), les expressions des composantes du vecteur accélération $\vec{a}_G$ dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

28) Caractériser le mouvement.

E.3.2 Détermination des composantes du vecteur vitesse

29) Établir, à partir des expressions des composantes du vecteur accélération, les composantes du vecteur vitesse du système en fonction du temps.

30) Compléter la caractérisation du mouvement.

E.3.3 Détermination des coordonnées de la position

31) Établir, à partir des expressions des composantes du vecteur accélération, les composantes du vecteur position du système en fonction du temps.

E.4 Utilisation des équations horaires

E.4.1 Détermination de la trajectoire de la balle

32) Déterminer l'équation de la trajectoire.

E.4.2 Détermination de la position de la flèche

La flèche est le point de la trajectoire de coordonnées $(x_F, z_{\max})$.

33) Déterminer les caractéristiques de la flèche.

E.4.3 Détermination de la portée

La portée est la distance x_p à parcourir selon l'axe $(O\,x)$ afin que l'altitude soit nulle.

34) Déterminer les caractéristiques de la portée.