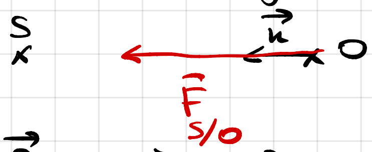
Annale : Exploration du système saturnien

1 Les anneaux de Saturne

1.1 L'interaction gravitationnelle

1]



2] $\vec{F}_{S/O} = G \dfrac{Mm}{r^2} \vec{n}$

1.2 Satellite gravitant sur une orbite circulaire

3] Référentiel saturnocentrique (ou référentiel dont l'origine coïncide avec le centre de Saturne et dont les axes sont trois droites orthogonales dirigées vers des étoiles dans le ciel tellement éloignées qu'elles semblent immobiles vues depuis Saturne).

4] L'objet O n'est soumis qu'à la force gravitationnelle qu'exerce Saturne sur lui. La deuxième loi de Newton a donc pour expression

$$m\vec{a} = G \frac{Mm}{r^2} \vec{n} \iff \vec{a} = G \frac{M}{r^2} \vec{n} \quad (1)$$

5]

$\vec{a}$, $\vec{n}$ et $\vec{F}_{S/O}$ sont des vecteurs colinéaires et de même sens.

6] Le repère de Frenet (à deux dimensions) est un repère mobile constitué d'une origine qui coïncide à chaque instant avec l'objet O et de deux vecteurs : $\vec{t}$ toujours tangent à la trajectoire et dirigé dans le sens du mouvement et $\vec{n}$ perpendiculaire à $\vec{t}$ et dirigé vers le centre de courbure.

Dans ce repère on montre que $\vec{a} = \dfrac{dv}{dt} \vec{t} + \dfrac{v^2}{r} \vec{n} \quad (2)$

7] Par identification entre les relations (1) et (2) on constate que $\dfrac{dv}{dt} \vec{t} = \vec{0} \iff \dfrac{dv}{dt} = 0$
$\iff v = cste$. Le mouvement est uniforme.

8] Toujours par identification entre les relations (1) et (2) on constate que $\dfrac{v^2}{r} \vec{n} = G \dfrac{M}{r^2} \vec{n}$
soit $v = \sqrt{\dfrac{GM}{r}}$

Rque ⚠ j'ai constaté lors du dernier contrôle que vous avez tendance à écrire $v = \dfrac{\sqrt{GM}}{r}$ la racine carrée est mal formée et n'inclue pas le dénominateur.

9] La période d'un phénomène périodique est la plus petite durée au bout de laquelle le phénomène se reproduit identique à lui-même. Ici c'est donc la durée nécessaire pour que O effectue une rotation complète autour de Saturne. Donc

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}} \quad (4)$$

10] On peut écrire la relation (4) sous la forme $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$
C'est la 3ème loi de Kepler appliquée aux mouvements circulaires.

1.3. Disposition d'une série d'objets ponctuels sur une même orbite.

11] L'expression (3) nous apprend que la vitesse des objets en orbite dépend de la masse du corps attracteur et de la distance entre ce corps attracteur et les objets mais pas de de la masse des objets.
Puisqu'ici tous les objets gravitent à la même distance du corps attracteur, ils possèdent la même vitesse.

12] L'ensemble se déplace donc en bloc (les distances entre les objets sont constantes).

1.4 Disposition de deux objets ponctuels sur deux orbites de rayons différents

13] La valeur de la vitesse dépend du rayon de l'orbite, d'après (3). Plus l'objet O est éloigné, plus la valeur de sa vitesse diminue.

L'objet A se déplace donc plus lentement sur son orbite que l'objet B puisque $r_A > r_B$.
Lorsque l'objet B effectue un tour l'objet A n'a pas eu le temps d'en faire autant.
La situation correcte est donc la troisième.

1.5 Les anneaux de Saturne

14] À partir des études précédentes, on comprend que tous les objets constituant un anneau se déplacent en bloc mais que deux anneaux successifs (plus ou moins éloignés de Saturne) tournent à des vitesses différentes. Si un jour ces anneaux ont formé un seul bloc, il est impossible que celui-ci ait pu conserver sa structure, les forces de cisaillement entre les objets à des distances différentes de Saturne auraient conduit à sa destruction.

2 Atterrissage "en douceur" de Huygens

15] Les deux forces qui agissent sur l'atterrisseur sont : le poids et la force de frottement fluide.

16] $\Delta E_{\pi} = E_{\pi}(F) - E_{\pi}(O) = \left(\frac{1}{2}mv_F^2 + 0\right) - \left(\frac{1}{2}mv_0^2 + mg_T z_0\right) = \frac{1}{2}m\left(v_F^2 - v_0^2\right) - mg_T z_0$

Ici, on a considéré que l'énergie potentielle de pesanteur est nulle à l'altitude 0 (le sol).

A.N. $\Delta E_{\pi} = \frac{1}{2} \times 320 \times (6{,}0^2 - 95{,}0^2) - 320 \times 1{,}35 \times 110 \times 10^3 = -4{,}9 \times 10^7$ J

17] L'énergie mécanique ne se conserve pas en présence de frottements, $\Delta E_{\pi} = W_{OF}(\vec{f}^{nc})$ où $\vec{f}^{nc}$ est la résultante des forces non conservatives, ici $\vec{f}^{nc} = \vec{f}$, la force de frottement fluide.
Donc $W_{OF}(\vec{f}) = -4{,}9 \times 10^7$ J < 0 (travail résistant).

18] Comme $W_{OF}(\vec{f}) = \vec{f}.\vec{OF} = -f\,OF = -f z_0$, $f = -\frac{W_{OF}(\vec{f})}{z_0}$ (considérée constante).
A.N. $f = -\frac{-4{,}9 \times 10^7}{110 \times 10^3} = 4{,}5 \times 10^2$ N

3 Défaut de conception du système de communication entre CASSINI et HUYGENS

19] Lorsque la distance relative entre l'émetteur et le récepteur d'une onde varie, la fréquence que mesure le récepteur n'est pas égale à la fréquence d'émission de l'onde : c'est l'effet Doppler.