Annale : Saut en parachute

1/ Étude expérimentale du saut

les ordonnées à l'origine sont cohérentes

1/ $z_a = -50\,t + 4{,}0\times10^3$ pente négative et importante donc phase 3

$z_b = -4{,}2\,t + 1{,}75\times10^3$ pente négative et faible donc phase 4

$z_c = 6{,}1\,t + 4{,}6\times10^3$ pente positive donc phase 1

$z_d = 4{,}0\times10^3$ constante donc phase 2

2/ La phase 3 est celle durant laquelle le parachute est fermé et donc la vitesse maximale. $v_z = \dfrac{dz}{dt} = -50\ m.s^{-1}$ puisque $z(t) = -50\,t + 4{,}0\times10^3$

Donc $v = 50\ m.s^{-1} = 180\ km.h^{-1}$. Cette valeur est proche des $200\ km.h^{-1}$ annoncés

2/ Étude de la phase 3 du saut

3. D'après les relations $z_d = 4{,}0\times10^3$ et $z_a = -50\,t + 4{,}0\times10^3$, l'altitude maximale atteinte est $z_{max} = 4{,}0\times10^3\ m$.

$$g(z_{max}) = g_0\left(1 - \frac{2\times4{,}0\times10^3\ m}{6{,}37\times10^6\ m}\right) = 0{,}999\,g_0 \quad \text{donc} \quad \frac{g(z_{max}) - g_0}{g_0} < 0{,}01$$

La variation est inférieure à 1%. Le champ de pesanteur peut être considéré constant.

4. Le modèle utilisé, selon l'énoncé, est celui de la chute libre. La seule force qui s'applique sur le système est donc le poids. Deuxième loi de Newton,

$$m\vec{a} = \vec{P} = m\vec{g} \iff \boxed{\vec{a} = \vec{g}}$$

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{k})$ $\vec{a}\begin{pmatrix} a_x \\ a_z \end{pmatrix}$ et $\vec{g}\begin{pmatrix} 0 \\ -g_0 \end{pmatrix}$ donc $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g_0 \end{cases}$

5/ $\begin{cases} a_x = 0 = \dfrac{dv_x}{dt} \Rightarrow v_x(t) = A \quad \text{or } v_x(0) = v_0 = A. \\ a_z = -g_0 = \dfrac{dv_z}{dt} \Rightarrow v_z(t) = -g_0\,t + B \quad \text{or } v_z(0) = 0 = B \end{cases}$

Donc $\boxed{\begin{array}{l} v_x(t) = v_0 \\ v_z(t) = -g_0\,t \end{array}}$ mvt uniforme / mvt uniformément accéléré

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x(t) = v_0 t + C & \text{or } x(0) = 0 = C \\ v_z(t) = -g_0 t = \frac{dz}{dt} \Rightarrow z(t) = -\frac{1}{2} g_0 t^2 + D & z(0) = h_0 = D \text{ avec } h_0 = 4000\,m \end{cases}$$

Finalement $\boxed{x(t) = v_0 t}$ et $\boxed{z(t) = -\frac{1}{2} g_0 t^2 + h_0}$

6/ On isole le temps : $x = v_0 t \Leftrightarrow t = \frac{x}{v_0}$

donc $\boxed{z = -\frac{1}{2} g_0 \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 + h_0}$

7/ À partir de l'équation de la trajectoire, on peut écrire

$\boxed{x = v_0 \sqrt{\frac{2(h_0 - z)}{g_0}}}$ AN $x = 33\ m.s^{-1} \times \sqrt{\frac{2 \times (4000 - 1500)\cancel{m}}{9{,}81\ \cancel{m}.s^{-2}}}$

$x = 7{,}5 \times 10^2\ m$

La piste a une longueur de 1 km, l'ouverture du parachute s'effectue donc au dessus de la piste.

8/ Quelle est la date t_p telle que $z(t_p) = 1500$?

$z(t_p) = -\frac{1}{2} g_0 t_p^2 + h_0 \Leftrightarrow \boxed{t_p = \sqrt{\frac{2(h_0 - z(t_p))}{g_0}}}$

A.N $t_p = \sqrt{\frac{2 \times (4000 - 1500)}{9{,}81}} = 2{,}3 \times 10^1\ s$

L'énoncé parle d'une cinquantaine de secondes de "chute libre", soit plus de deux fois la valeur que l'on a trouvé avec le modèle de chute libre. Ce modèle ne convient donc pas.

3/ <u>Étude de la phase 4 du saut</u>

1/ La force de frottement fluide dépend de la vitesse. Plus la vitesse est grande plus la valeur de cette force est grande. Le schéma b est celui dans lequel cette force est la plus grande. De plus, elle est très supérieure au poids et freine donc le tandem.

À l'opposé, sur le schéma a on constate que la force de frottement compense juste le poids. Sa valeur a diminué car la vitesse a diminué.

Conclusion schéma b : juste après l'ouverture

schéma a : quelques secondes après l'ouverture.

10./ $z_b(t) = -4{,}2t + 1{,}75.10^3 \Rightarrow v_z(t) = -4{,}2$ et $v = 4{,}2\ m.s^{-1}$

11./ le mouvement est rectiligne et uniforme donc $\vec{a} = \vec{0}$ et $\vec{P} + \vec{F_f} = \vec{0}$

$\Rightarrow \boxed{F_f = P}$ AN $F_f = 200\ kg \times 9{,}81\ m.s^{-2} = 1{,}96 \times 10^3\ N$

12./ $F_f = kv_z^2 = kv^2 \Leftrightarrow \boxed{k = \frac{F_f}{v^2}}$ AN $k = \frac{1{,}96 \times 10^3\ N}{(4{,}2\ m.s^{-1})^2} = 1{,}1 \times 10^2\ kg.m^{-1}$

13./ $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ AN $E_c = \frac{1}{2} \times 200\ kg \times (4{,}2\ m.s^{-1})^2 = 1{,}8 \times 10^3\ J$

14./ La force de frottement fluide doit toujours compenser le poids, donc $F_f = P$

et $F_f = k_s v_s^2 \Rightarrow v_s = \sqrt{\frac{F_f}{k_s}} = \sqrt{\frac{F_f}{k} \times 2} \Leftrightarrow \boxed{v_s = v \times \sqrt{2}}$

A.N $v_s = 5{,}9\ m.s^{-1}$

$E_c' = \frac{1}{2}mv_s^2 = \frac{1}{2}mv^2 \times 2 = 2E_c = 3{,}6 \times 10^3\ J$

La variation d'énergie cinétique est deux fois plus importante avec le petit parachute. L'atterrissage sera donc plus délicat à négocier.