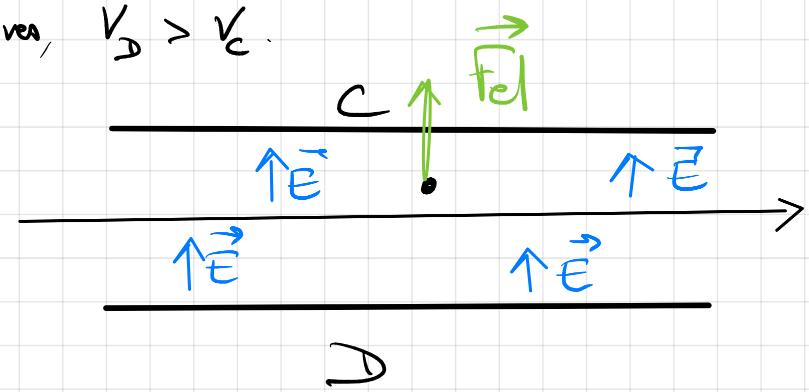
Particule α dans un champ électrique uniforme

1. $q = +2e$ pour le noyau d'hélium

AN $q = 2 \times 1{,}6 \times 10^{-19}\ C = 3{,}2 \times 10^{-19}\ C$

2. $\vec{F}_{el}$ doit être dirigée vers le haut, avec $\vec{F}_{el} = 2e\,\vec{E}$. $\vec{E}$ et $\vec{F}_{el}$ sont donc deux vecteurs colinéaires et de même sens : $\vec{E}$ est dirigé vers le haut. Comme $\vec{E}$ s'éloigne des charges positives et est dirigé vers les charges négatives, $V_D > V_C$.

3.



$U = V_D - V_C > 0$

4. Système = $\{{}^4_2He\}$

Référentiel = { terrestre supposé galiléen }

Interactions : * Syst – $\vec{E}$: $\vec{F}_{el}$

* Syst – $\vec{g}$: négligeable

Deuxième loi de Newton : $m\vec{a} = \vec{F}_{el} = 2e\vec{E} \Leftrightarrow \vec{a} = \frac{2e}{m}\vec{E}$

Projections : $\vec{a}\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$ $\quad \vec{E}\begin{pmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{pmatrix}$

donc $\begin{cases} a_x = 0 & \text{Pas de mouvement ou mouvement uniforme (rectiligne)} \\ a_y = \frac{2e}{m}E & \text{Mouvement uniformément accéléré} \\ a_z = 0 & \text{Pas de mouvement ou mouvement uniforme (rectiligne)} \end{cases}$

$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow v_x(t) = A$

$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{2e}{m}E \Rightarrow v_y(t) = \frac{2e}{m}E\,t + B$ constantes

$a_z = \frac{dv_z}{dt} = 0 \Rightarrow v_z(t) = C$

Cdt initiales $\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$v_x(0) = A = v_0$ Mouvement uniforme — Prévisible car aucune force horizontale n'est présente donc accélération horizontale nulle.

$v_y(0) = 0 = \frac{2e}{m} E \times 0 + B \iff B = 0$

$v_z(0) = 0 = C$ Pas de mouvement

$$\left.\begin{array}{l} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = \frac{2e}{m} E t \\ v_z(t) = 0 \end{array}\right\}$$ Le mouvement s'effectue dans le plan (Oxy).

$v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \Rightarrow x(t) = v_0 t + D$

$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{2e}{m} E t \Rightarrow y(t) = \frac{eE}{m} t^2 + F$

constantes

Cdt initiales $\vec{OM}_0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$x(0) = v_0 \times 0 + D = 0 \Rightarrow D = 0$

$y(0) = \frac{eE}{m} \times 0^2 + F = 0 \Rightarrow F = 0$

$x(t) = v_0 t$

$y(t) = \frac{eE}{m} t^2$

5. Trajectoire : $t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow y(x) = \frac{eE}{m}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \iff y(x) = \frac{eE}{m v_0^2} x^2$

Comme $E = \frac{U}{d}$, $y(x) = \frac{eU}{m v_0^2 d} x^2 \iff U = \frac{m v_0^2 d\, y}{e x^2}$

6. $S \begin{pmatrix} \ell \\ y_S \end{pmatrix}$ donc $U = \frac{m v_0^2 d\, y_S}{e \ell^2}$

AN $U = \frac{6{,}64 \times 10^{-27}\,kg \times (5{,}00 \times 10^5\,m.s^{-1})^2 \times 4{,}00 \times 10^{-2}\,m \times 1{,}00 \times 10^{-2}\,m}{1{,}6 \times 10^{-19}\,C \times 5{,}00 \times 10^{-2}\,m}$

$U = 8{,}3 \times 10^1\,V$

7. $v_S = \sqrt{v_x(t_S)^2 + v_y(t_S)^2}$ Il est donc nécessaire de connaître t_S.

t_S est tel que $x(t_S) = \ell = v_0 t_S$ donc $t_S = \frac{\ell}{v_0}$

$v_x(t_s) = v_0$ et $v_y(t_s) = \frac{2eE}{m} t_s = \frac{2eE}{m} \frac{\ell}{v_0}$

Finalement $v = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{2eE\ell}{mv_0}\right)^2} = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{2eU\ell}{mdv_0}\right)^2}$

AN $v = \sqrt{(5{,}00\times10^5)^2 + \left(\frac{2\times1{,}6\times10^{-19}\times 83\times 5{,}00\times10^{-2}}{6{,}64\times10^{-27}\times 4{,}00\times10^{-2}\times 5{,}00\times10^5}\right)^2}$

$v = 5{,}0\times10^5\ m.s^{-1} \simeq v_0$ Rque la vitesse verticale gagnée est négligeable comparée à la vitesse horizontale que la particule possédait à l'entrée.

8. Théorème de l'EC : $\Delta E_c = W(\vec{F}_{el})$

donc $\frac{1}{2} m v_s^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = 2e\vec{E}.\vec{OS}$ $\vec{E}\begin{pmatrix}0\\E\\0\end{pmatrix}.\vec{OS}\begin{pmatrix}\ell\\y_s\\0\end{pmatrix} = Ey_s = \frac{Uy_s}{d}$

donc $v_s = \sqrt{v_0^2 + \frac{4e}{m}\frac{Uy_s}{d}}$

On peut exprimer y_s en fonction de ℓ à l'aide de l'équation de la trajectoire

$y_s = \frac{eU\ell^2}{mv_0^2 d}$ donc $v_s = \sqrt{v_0^2 + \frac{4e}{m}\times\frac{U}{d}\times\frac{eU\ell^2}{mv_0^2 d}} = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{2eU\ell}{mv_0 d}\right)^2} = v_s$

On retrouve bien l'expression de la vitesse établie à la question précédente.