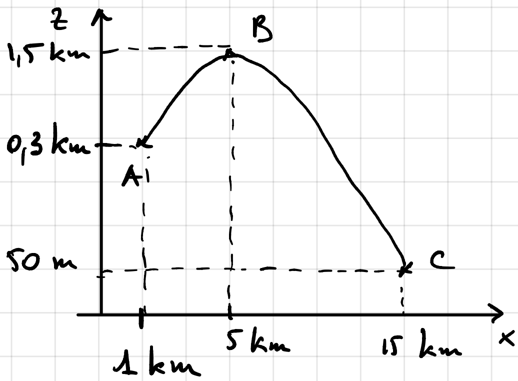
2.7 _ Travail du poids (Diapositive 15)



1.1) $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}.\vec{AB} = -mg\vec{k}.\left[(x_B - x_A)\vec{i} + (z_B - z_A)\vec{k}\right]$

$= -mg(z_B - z_A)$

1.2) $W_{BC}(\vec{P}) = \vec{P}.\vec{BC} = -mg\vec{k}.\left[(x_C - x_B)\vec{i} + (z_C - z_B)\vec{k}\right]$

$= -mg(z_C - z_B)$

2) $W_{AC}(\vec{P}) = \vec{P}.\vec{AC} = -mg\vec{k}.\left[(x_C - x_A)\vec{i} + (z_C - z_A)\vec{k}\right]$

$= -mg(z_C - z_A)$

3) Travail du poids lors du déplacement $A \to B \to C$: $W_{AC}(\vec{P}) = W_{AB}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{P})$

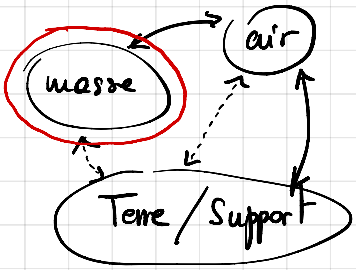
$W_{AC}(\vec{P}) = -mg(z_B - z_A) - mg(z_C - z_B) = -mg(z_C - z_A)$

Conclusion : en ce qui concerne le travail du poids, le chemin suivi n'a aucune importance, seules les altitudes des positions initiale et finale comptent.

2.10 _ Exercice (Diapositive 19)

Important

① 1)



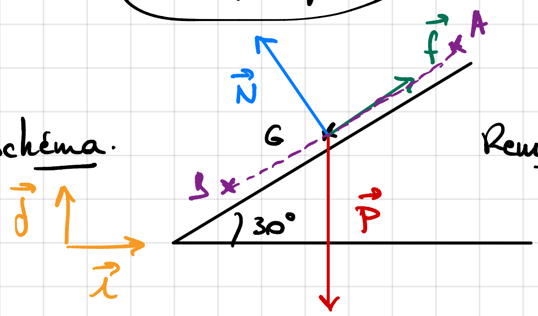
2) Système : {masse}

3) Interactions : * système _ Terre : $\vec{P}$

* système - support : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}$ (cf. cours)

* système _ air : négligée ici.

4) Schéma.



Remarque : il est plus simple de travailler avec les forces $\vec{N}$ et $\vec{f}$ qu'avec la force $\vec{R}$.

② * $W_{AB}(\vec{N}) = \vec{N}.\vec{AB} = 0$ puisque la direction de $\vec{N}$ est perpendiculaire à la direction de $\vec{AB}$.

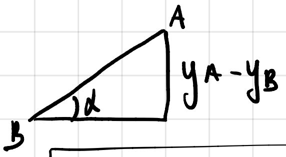
* $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}.\vec{AB}$ Deux méthodes de calcul : * coordonnées * projection.

Méthode 2 $\vec{P}.\vec{AB} = P_{/\!/} \times AB$ avec $P_{/\!/}$ projection de $\vec{P}$ sur la direction de $\vec{AB}$. $P_{/\!/} = \pm P\sin\alpha$ donc $W_{AB} = \pm P\sin\alpha . AB$. Comment choisir le bon signe ? Lorsque le point d'application du poids perd de l'altitude le poids est moteur et son travail positif. Finalement $\boxed{W_{AB}(\vec{P}) = mg\,AB\,\sin\alpha}$

Méthode 1 $\quad W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}\cdot\vec{AB}$ avec, dans la base $(\vec{i},\vec{j})$ $\begin{cases} \vec{P}\,(0,-P) \\ \vec{AB}\,(x_B-x_A,\, y_B-y_A) \end{cases}$

$$= -P_x(y_B-y_A) = mg\,(y_A-y_B)$$

or



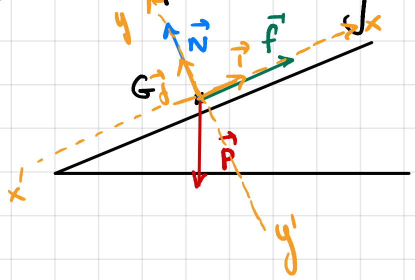
$\sin\alpha = \dfrac{y_A-y_B}{AB}$

donc $\boxed{W_{AB}(\vec{P}) = mg\,AB\,\sin\alpha.}$

AN $\quad W_{AB}(\vec{P}) = 12\,\cancel{kg} \times 9{,}8\ N.\cancel{kg^{-1}} \times 6m \times \sin(30°) = 353\ J$

* $W(\vec{f}) = \vec{f}\cdot\vec{AB} = -f_x\,AB$

Quelle est la valeur de $\vec{f}$? Dans le référentiel terrestre considéré galiléen on écrit la deuxième loi de Newton : $m\vec{a} = \vec{N} + \vec{P} + \vec{f} = \vec{0}$ puisque le mouvement est rectiligne et uniforme.



Projections dans $(\vec{i},\vec{j})$ $\quad \vec{P}\,(-P\sin\alpha, -P\cos\alpha)$

$\vec{N}\,(0, N) \quad \vec{f}\,(f, 0)$

Axe $(x'x)$: $\quad 0 = -P\sin\alpha + f \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{f = P\sin\alpha.}$

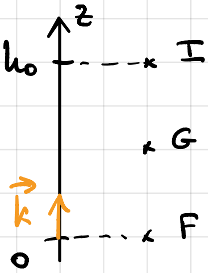
Axe $(y'y)$: $\quad 0 = N - P\cos\alpha.$

Donc $\boxed{W_{AB}(\vec{f}) = -f_x\,AB = -mg\,AB\,\sin\alpha.}$

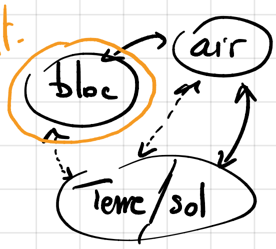
AN $\quad W_{AB}(\vec{f}) = -353\ J.$

Remarque : $W_{AB}(\vec{N}) + W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{f}) = 0$ or $\Delta E_c = 0$ puisque le mouvement est uniforme ($v = cste$). On retrouve le théo. de l'en. cinétique.

Exercice $\quad$ Diapositive 22



1) syst.

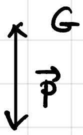


2) Système = { bloc }

3) Interactions : * syst – Terre : $\vec{P}$

* syst – air : négligée.

4) Schéma :



5) Référentiel = { terrestre supposé galiléen }

6) Théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_{c_{I\to F}} = \frac{1}{2} m v_F^2 - \frac{1}{2} m v_I^2 = W_{IF}(\vec{P})$

$v_I = 0$ (pas de vitesse initiale) et $W_{IF}(\vec{P}) = \vec{P}\cdot\vec{IF} = -mg\,\vec{k}\cdot(z_F - z_I)\,\vec{k}$

$= -mg(z_F - z_I) = mgz_I$ puisque $z_F = 0$.

Finalement $\frac{1}{2}\cancel{m} v_F^2 = \cancel{m} g z_I$

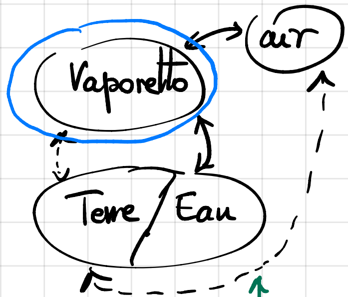
$\Leftrightarrow \boxed{v_F = \sqrt{2 g z_I}}$

Rque v_F indépendante de la masse si on néglige l'interaction avec l'air.

AN $v_F = \sqrt{2 \times 9{,}8\ m.s^{-2} \times 30\ m} = 24\ m.s^{-1}$.

Exercice (Diapositive 23)

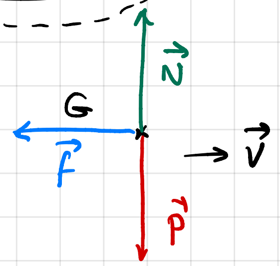
1) syst.



2) Système = { vaporetto }

3) Interactions :
* syst- Terre : $\vec{P}$
* syst- air : négligée
* syst- eau : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}$

4) Schéma



5) Référentiel = { terrestre supposé galiléen }

6) Théorème de l'Ec. $\Delta E_c = \frac{1}{2} m \cancel{v_F^2} - \frac{1}{2} m v_I^2 = \underbrace{W_{AB}(\vec{P})}_{=0} + \underbrace{W_{AB}(\vec{N})}_{=0} + \underbrace{W_{AB}(\vec{f})}_{=-f\times IF}$ avec $v_F = 0$

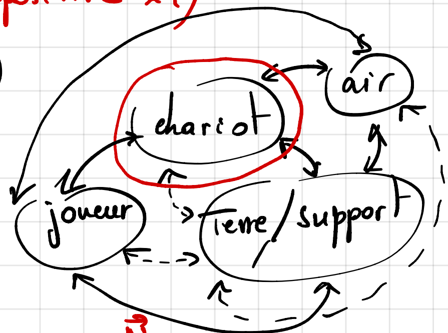
donc $-\frac{1}{2} m v_I^2 = -f \times IF \Leftrightarrow \boxed{f = \frac{m v_I^2}{2 \times IF}}$

A.N $f = \frac{30 \times 10^3\ kg \times (9{,}3/3{,}6\ m.s^{-1})^2}{2 \times 15\ m} = 2{,}6 \times 10^3\ N$

Exercice (Diapositive 24)

1

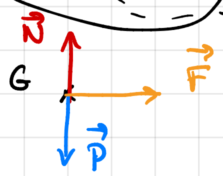
1)



2) Système = { chariot }

3) Interactions :
* syst- joueur : $\vec{F}$
* syst- air : négligée.
* syst- Terre : $\vec{P}$
* syst- support : $\vec{R} = \vec{N}$ (puisque les frottements solides sont négligés).

4) Schéma :



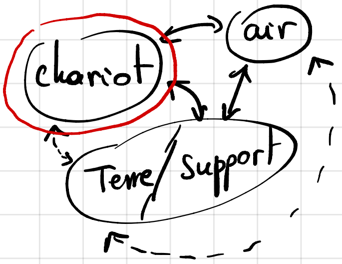
5) Référentiel = { terrestre supposé galiléen }

6) Théo. de l'En. cinétique : $\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_B^2 - \cancel{\frac{1}{2} m v_A^2} = \underbrace{\cancel{W_{AB}(\vec{N})}}_{=0} + \underbrace{\cancel{W_{AB}(\vec{P})}}_{=0} + \underbrace{W_{AB}(\vec{F})}_{F \times AB}$ ($\frac{1}{2} m v_A^2 = 0$)

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = F \times AB \iff \boxed{v_B = \sqrt{\frac{2 \times F \times AB}{m}}}$$

AN $\quad v_B = \sqrt{\dfrac{2 \times 120\ N \times 1{,}20\ m}{5{,}0\ kg}} = 7{,}6\ m.s^{-1}$

② 1)

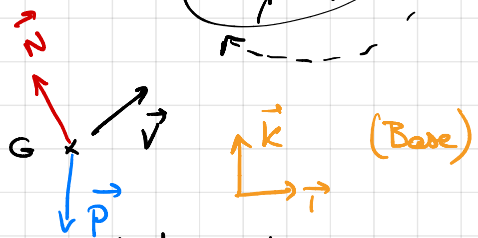


2) Système = { chariot }

3) Interactions : * syst - Terre : $\vec{P}$

* syst - air : négligée
* syst - support : $\vec{R} = \vec{N}$ (puisque pas de frottements).

4)



5) Référentiel = { terrestre supposé galiléen }

6) Théorème de l'Ec : $\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_D^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 = \underbrace{\cancel{W_{BD}(\vec{N})}}_{=0} + W_{BD}(\vec{P})$

$=0$ puisqu'à chaque instant $\vec{N} \perp \vec{v}$.

donc $\boxed{v_D^2 = v_B^2 + \frac{2}{m} W_{BD}(\vec{P})}$

$$W_{BD}(\vec{P}) = \vec{P} . \vec{BD} = -mg\,\vec{k} . \left[(x_D - x_B)\vec{i} + (z_D - z_B)\vec{k} \right] = -mg\,(z_D - z_B)$$

si on utilise la base $(\vec{i}, \vec{k})$. Comme $z_B = 0$ et $z_D = H$, $\boxed{W_{BD}(\vec{P}) = -mgH}$

⚠ toujours vérifier le signe du travail ! Ici le poids est résistant puisque le système s'élève, le travail doit donc être négatif.

Finalement $v_D^2 = v_B^2 - 2gH \iff \boxed{v_D = \sqrt{v_B^2 - 2gH}}$ Le chariot atteint la cible

si $v_D \geq 0 \iff \boxed{v_B^2 \geq 2gH}$

AN $\quad 2gH = 2 \times 10\ N.kg^{-1} \times 2{,}4\ m = 48\ N.m.kg^{-1} = 48\,(m.s^{-1})^2$

$v_B^2 = (7{,}6\ m.s^{-1})^2 = 57{,}8\,(m.s^{-1})^2 > 48\,(m.s^{-1})$

Le chariot atteint bien la cible.

③ Le chariot n'a pas atteint la cible car il existe des frottements.