

Transferts thermiques : comment modéliser l'évolution de la température d'un solide ?

Doc. 13,3

§1 Objectif

On comprend généralement qu'il est préférable de ne pas laisser une cuillère dans la casserole lors de la préparation d'une sauce, d'une soupe ou d'un confiture ! Toutefois, on peut utiliser sans danger une cuillère juste sortie du tiroir, mais pour **quelle durée** exactement ? Et si vous pouviez choisir, opteriez-vous pour la vieille cuillère en argent de votre grand-mère ou une d'un autre matériau ?

Dans ce document, on explore donc les concepts de « transfert d'énergie thermique » et de « durée ».

§2 Loi phénoménologique de Newton

Lorsqu'un *corps solide* est en contact avec un *fluide* (gaz ou liquide) à température différente, il existe un *transfert thermique* à travers la surface d'échange, selon un mécanisme **conductivo-convectif** :

- la **conduction** a lieu dans la *couche limite* du fluide, très mince, en contact direct avec la surface du corps ;
- la **convection** prend ensuite le relais pour transporter la chaleur dans le reste du fluide par son mouvement.

L'expression de la **puissance thermique échangée** φ , en watt, est donnée par la relation de Newton :

$$\varphi = hS(T_{\text{fluide}} - T_{\text{surface}})$$

où

- h est le *coefficient de convection thermique* (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$). h dépend du fluide, de la géométrie et du régime d'écoulement ;
- S est la surface de contact entre le corps et le fluide (en m^2) ;
- T_{surface} est la température de la surface du solide (en K ou $^{\circ}\text{C}$) ;
- T_{fluide} est la température locale du fluide environnant (en K ou $^{\circ}\text{C}$).

Remarque. Cette loi est *phénoménologique* : elle repose sur des observations expérimentales.

Remarque.

- Si $T_{\text{fluide}} > T_{\text{surface}}$, $\varphi > 0$, le solide reçoit effectivement de l'énergie du fluide ;
- Si $T_{\text{fluide}} < T_{\text{surface}}$, $\varphi < 0$, le solide cède de l'énergie au fluide.

Le flux thermique φ est une grandeur algébrique.

§3 Modélisation de la situation physique

Pour faciliter l'analyse, on supposera que la cuillère est constituée d'un *matériau homogène* et que *sa température restera uniforme en tout point, à chaque instant*¹. Une cuillère en métal s'approche de cette condition.

1. Cette hypothèse équivaut à considérer une conductivité thermique infinie !

On considérera également que le liquide en contact avec l'objet est maintenu à une température constante, et que le volume du liquide étant relativement grand comparé à celui de la cuillère, *l'immersion de la cuillère ne modifiera pas sa température*, qui restera constante durant toute l'expérience, comme le ferait celle d'un « thermostat ».

Cette modélisation permet de poser :

$$T_{\text{surface}} = T \quad \text{et} \quad T_{\text{fluide}} = T_1$$

où T est la température, uniforme, du solide et T_1 est la température, uniforme, du fluide.

§4 Données

- Masse de la cuillère en argent : 70 g ;
- Surface de la cuillère : $S = 90 \text{ cm}^2$;
- Capacité thermique massique de l'argent : $c_{Ag} = 235 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- Valeurs approximatives des coefficients de Newton pour un transfert conducto-convectif dans l'eau chaude : $h = 3000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$, et dans l'air : $h = 10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$;
- Température initiale de la cuillère : $T_0 = 21^\circ \text{C}$;
- Température de l'eau : $T_1 = 100^\circ \text{C}$.

§5 Travail

Q1. On trempe la cuillère dans l'eau. Identifier le système étudié et l'environnement.

Q2. Étudier le signe de φ et en déduire le sens du transfert thermique entre le système et l'environnement.

Q3. Écrire la relation donnée par le premier principe de la thermodynamique appliqué au système. Le relation finale doit faire apparaître m , c , T et Q .

Q4. Dériver la relation de la question 3. par rapport au temps.

Remarque. Afin de bien comprendre le processus, il est préférable de revenir à la définition de la dérivation.

Q5. Donner la relation qui *définit* le flux thermique φ échangé par le système avec l'extérieur. Quelle est son unité ?

Q6. À l'aide des relations démontrées dans les questions 4. et 5., ainsi que de la loi de Newton, écrire l'équation différentielle qui décrit l'évolution de la température T du système.

Q7. La famille de solutions de l'équation précédente s'écrit :

$$T = A e^{-\frac{t}{\tau}} + B$$

Déterminer l'expression de la solution au problème, c'est à dire les expressions des paramètres A , B et τ .

Q8. Calculer la valeur de τ , *temps caractéristique* du problème.

Quelle conclusion peut-on tirer à partir de l'évaluation de ce résultat ?

Q9. Quelles modifications pourrait-on opérer de façon à rendre la cuillère utilisable

Q10. La situation étudiée dans ce document est analogue à la charge d'un dipôle (R, C) soumis à un échelon de tension.

Compléter le tableau suivant :

Système	La cuillère	Le dipôle (R, C)
Grandeur dont on étudie l'évolution :		
Grandeur conservée :		
Flux échangé :		
Grandeurs caractéristiques du système :		
Expression du flux en fonction de la grandeur dont on étudie l'évolution :		
Loi qui traduit l'échange :		
Constante de temps :		