Bilans radiatifs

Chapitre 14,3

1 Rayonnement électromagnétique et transfert thermique

1.1 Émission, absorption, réflexion, diffusion

Dans ce document, la grandeur φ n'est pas le **flux thermique** pour une surface donnée S quelconque mais le **flux thermique surfacique**. Son unité n'est donc pas le watt (W) mais le watt par mètre-carré ($W \cdot m^{-2}$).

Émission. Il s'agit du *rayonnement électromagnétique émis par un corps porté à une certaine température*. Cette émission est *spontanée* et a pour cause les mouvements des porteurs de charge de la matière (électrons, etc.) dus à l'excitation thermique. *L'énergie interne est ainsi convertie en énergie radiative*. Nous notons φ_e le flux surfacique correspondant à cette émission.

Absorption. Il s'agit de la conversion inverse. *Le rayonnement absorbé par la matière est converti en énergie interne*. Nous noterons φ_a le flux surfacique absorbé.

Réflexion et diffusion. *Le rayonnement incident sur une paroi peut être renvoyé par la paroi dans une autre direction dans le milieu d'incidence par interaction avec la paroi mais sans absorption*. Les phénomènes concernés peuvent être la simple *réflexion* (obéissant aux lois de Descartes) ou la *diffusion* qui consiste à un renvoi étalé dans toutes les directions même pour une direction incidente unique. Le verre dépoli, le papier, les tissus, etc. sont des substances diffusantes. *Réflexion et diffusion s'effectuent sans changement de fréquence des ondes*. Notons φ_r, Ie flux surfacique de retour dans le milieu d'incidence.

1.2 Milieux transparents. Milieux opaques

Milieu transparent. Un milieu est dit totalement **transparent** s'il *transmet intégralement le rayonnement qu'il reçoit*. il n'y a donc *ni absorption*, *ni réflexion/diffusion*.

Milieu opaque. À l'inverse un milieu est dit totalement **opaque** s'il *ne transmet aucune fraction de rayonnement qu'il reçoit*. Le rayonnement incident est donc *soit absorbé*, *soit réfléchi/diffusé*, *soit les deux*.

Remarque. En fait, on n'observe jamais une transparence ou une opacité totale sur l'ensemble des fréquences du spectre. Pour un milieu donné, il convient de définir les intervalles de fréquences (ou de longueur d'onde), pour lesquelles on pourra considérer le milieu comme à peu près transparent ou opaque.
Ainsi le verre, par exemple, pourra être considéré comme transparent dans l'intervalle $0{,}3\,\mu m < \lambda < 3\,\mu m$ et opaque au contraire dans l'intervalle $4\,\mu m < \lambda < 30\,\mu m$.

1.3 Équilibre radiatif

Pour des raisons pratiques, *tous les flux thermiques sont considérés positifs*. De plus, on considère les échanges d'énergie rayonnante entre corps opaques placés dans un milieu transparent, en un point de la surface d'un de ces corps opaques.

Flux surfacique incident. Le flux surfacique incident φ_i est la puissance surfacique du rayonnement incident au point considéré.
Le corps étant opaque au rayonnement, le rayonnement incident est soit absorbé, soit réfléchi/diffusé, ces processus pouvant avoir lieu simultanément.
La conservation de l'énergie exige dans ces conditions que :

$$\varphi_i = \varphi_a + \varphi_r$$

Flux surfacique partant. Le flux surfacique partant φ_p cumule le flux φ_r, mais aussi le flux émis φ_e par le corps au voisinage de la frontière.
La conservation de l'énergie implique que :

$$\varphi_p = \varphi_e + \varphi_r$$

On dit qu'un corps opaque est en **équilibre radiatif** avec le champ de rayonnement qui l'entoure si la condition :

$$\varphi_i = \varphi_p$$

est satisfaite.

Remarque. L'équilibre radiatif ne suppose pas l'**équilibre thermodynamique** pour les corps opaques, *leurs températures peuvent être différentes*.

L'équilibre radiatif implique aussi l'égalité entre les flux émis et absorbés :

$$\varphi_e = \varphi_a$$

1.4 Rayonnement d'équilibre

Lorsque le système, constitué des corps opaques placés dans un milieu transparent, est à l'*équilibre thermodynamique* à la température T, le rayonnement qui règne dans le milieu transparent est dit **rayonnement d'équilibre**.

Remarque. L'équilibre thermodynamique nécessite l'équilibre radiatif des corps opaques avec le rayonnement dans lequel ils baignent.

1.5 Loi de Stefan pour le rayonnement d'équilibre d'un corps noir

Corps noir. Le corps noir est défini comme un **absorbeur intégral sur la totalité du spectre** : *tout rayonnement thermique incident est absorbé quel que soit sa longueur d'onde et quelle que soit sa direction incidente*.
Le concept d'absorbeur intégral est un concept idéal. L'absorption totale ou quasi totale pour une substance donnée n'est observée, dans la pratique, que dans certains domaines spectraux ou « fenêtres spectrale ».
Le flux partant d'un corps noir est totalement d'origine émissive : il n'y a pas de contribution due au rayonnement réfléchi ou diffusé.

La loi de Joseph Stefan fut découverte expérimentalement en 1879 lors de son étude du rayonnement d'équilibre du corps noir. Elle stipule que *le flux émis par un corps noir est proportionnel à sa température élevée à la puissance 4*.

$$\varphi_e = \sigma T^4$$

avec $\sigma = 5{,}670 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$.
Un corps noir émet un flux surfacique, à toutes les longueurs d'ondes[1]**, d'autant plus grand que sa température est élevée**.

Le bilan radiatif d'un corps noir en équilibre radiatif et thermodynamique est :

$$\varphi_e = \varphi_a = \sigma T^4$$

avec $\sigma = 5{,}670 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$.

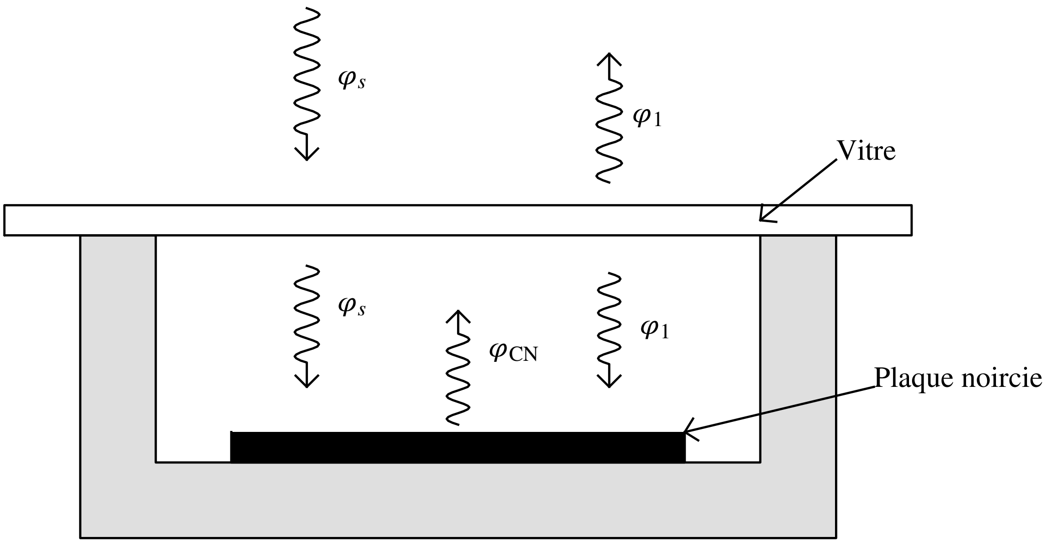
1. ***Ce qui ne signifie pas qu'il est égal à toutes les longueurs d'ondes !***

Remarque. On attribue souvent les propriétés des corps noirs en *équilibre radiatif et thermodynamique* aux corps noirs *en équilibre radiatif à température localement constante (mais pas uniforme)*.
Si on considère, pâr exemple, le soleil, l'étude du rayonnement qu'il émet montre qu'il est voisin de celui d'un corps noir de température de l'ordre de 6000 ^{o}C. La couche superficielle responsable de l'émission est appelée photosphère. Sa température d'équilibre local est voisine de cette valeur. Quant aux rayonnements émis par les couches profondes du soleil (dont la température est beaucoup plus élevée, de l'ordre de 10^7 K) ils sont totalement absorbés par la photosphère.

2 Effet de serre

On étudie l'effet de serre produit par l'interposition d'une vitre au-dessus d'une plaque qui reçoit le rayonnement solaire. La plaque est noircie et assimilée à un corps noir. Le verre est supposé totalement transparent au rayonnement solaire. La vitre est en revanche totalement absorbante pour le rayonnement infra-rouge émis par la plaque (et l'atmosphère) qui absorbe le rayonnement solaire. On désigne par φ_s le flux solaire surfacique supposé arriver normalement à la vitre et à la plaque, par φ_{CN} le rayonnement émis par la plaque et par φ_1 le rayonnement émis par la vitre.

Donnée. $\varphi_s = 0{,}600\,\mathrm{kW \cdot m^{-2}}$.



1) On suppose l'équilibre radiatif de la plaque. Écrire l'équation qui traduit cet équilibre.

▶ Puisque la plaque peut être considérée comme un corps noir,

- le flux surfacique incident sur la plaque est $\varphi_i = \varphi_s + \varphi_1$;
- le flux surfacique partant sur la plaque est $\varphi_p = \varphi_{\mathrm{CN}}$

L'équilibre radiatif de la plaque impose donc

$$\varphi_s + \varphi_1 = \varphi_{\mathrm{CN}} \tag{1}$$

2) On suppose l'équilibre radiatif de la vitre. Écrire l'équation qui traduit cet équilibre.

- Puisque la vitre peut être considérée comme un corps noir pour le rayonnement IR,

  - le flux surfacique incident est $\varphi'_i = \varphi_{\mathrm{CN}}$;
  - le flux surfacique partant est $\varphi'_p = 2\,\varphi_1$. Le flux φ_1 intervient deux fois car la vitre présente deux surfaces au niveau desquelles elle peut rayonner.

  L'équilibre radiatif de la vitre impose donc

$$2\,\varphi_1 = \varphi_{\mathrm{CN}} \tag{2}$$

3) Calculer la température T de la plaque noircie.

- Si on considère φ_s comme une donnée du problème, les équations (1) et (2) constituent un système de deux équations à deux inconnues : φ_1 et φ_{CN}. Par substitution, on détermine que

$$\varphi_{\mathrm{CN}} = 2\,\varphi_s$$

  Si on applique la loi de Stefan à la plaque, corps noir en équilibre radiatif et thermique local, on peut écrire

$$\varphi_{\mathrm{CN}} = \sigma T^4$$

  donc

$$T = \left(\frac{2\,\varphi_s}{\sigma}\right)^{1/4}$$

  A.N. $T = \left(\frac{2\times 0{,}600\cdot 10^3\,\mathrm{W\cdot m^{-2}}}{5{,}670\cdot 10^{-8}\,\mathrm{W\cdot m^{-2}\cdot K^{-4}}}\right)^{1/4} = 380\,\mathrm{K}$.

4) En déduire la température T_1 de la vitre.

- L'équation (2) indique que

$$\varphi_1 = \frac{\varphi_{\mathrm{CN}}}{2}$$

  Si on applique la loi de Stephan à la vitre, corps noir en équilibre thermodynamique et local pour le rayonnement IR, on peut écrire

$$\varphi_1 = \sigma T_1^4$$

  donc

$$T_1 = \left(\frac{\varphi_1}{\sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{\varphi_{\mathrm{CN}}}{2\,\sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{T}{2}\right)^{1/4}$$

  A.N. $T_1 = \left(\frac{380\,\mathrm{K}}{2}\right)^{1/4} = 320\,\mathrm{K}$.

5) On supperpose maintenant deux vitres (avec une couche d'air entre ces vitres). Reprendre les questions précédentes et déterminer la nouvelle température de la plaque.

- Les bilans radiatifs sont les suivants :

  – Pour la vitre extérieure :

$$2\,\varphi_2 = \varphi_1$$

  – Pour la vitre interieure :

$$2\,\varphi_1 = \varphi_2 + \varphi_{\mathrm{CN}}$$

  – Pour la plaque :

$$\varphi_{\mathrm{CN}} = \varphi_s + \varphi_1$$

  On en déduit

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= \varphi_s \\ \varphi_1 &= 2\,\varphi_s \\ \varphi_{\mathrm{CN}} &= 3\,\varphi_s \end{aligned}$$

  Si on applique la loi de Stefan à la plaque, corps noir en équilibre radiatif et thermique local, on peut écrire

$$\varphi_{\mathrm{CN}} = \sigma\,T^4$$

  donc

$$T = \left(\frac{3\,\varphi_s}{\sigma}\right)^{1/4}$$

  L'application numérique donne $T = 422\,\mathrm{K}$.

6) Généraliser le cas précédent à la situation où on utiliserait n vitres[2].

- Si on utilise n vitres, $\varphi_{\mathrm{CN}} = (n+1)\,\varphi_s$ et $T = \left(\frac{(n+1)\,\varphi_s}{\sigma}\right)$.

3 Bilan radiatif de la Terre

Activité du Livre scolaire.

4 Bilan thermique de laTerre dans la troposphère

Note. Ne tentez cet exercice que si vous n'êtes pas facilement effrayés par l'écriture littérale.

Données. Le rayon du Soleil vaut R_S=7,0 $\cdot$ 10^8 m ; le rayon de la Terre vaut R_T=6,4 $\cdot$ 10^8 m ; la distance moyenne de la Terre au Soleil vaut d=1,5 $\cdot$ 10^{11} m.
On admet que le Soleil se comporte sensiblement comme un corps noir de température T_S.

2. Dans la réalité, chaque vitre réfléchit et absorbe une partie du rayonnement solaire. On peut montrer qu'il faut 4 à 5 vitres pour que la température T soit maximale.

7) Rappeler la loi de Stephan et donner l'unité de la constante σ.
A.N. $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}$ S.I.

▶ La loi de Stefan donne le flux thermique surfacique rayonné par un corps noir en équilibre thermique et radiatif. Pour le Soleil, elle a pour expression

$$\varphi_{e,S} = \sigma T_S^4$$

L'unité de σ est W·m^{-2}·K^{-4}.

8) Exprimer $P_{e,S}$, la puissance totale rayonnée par le Soleil, en fonction de σ, T_S et R_S.
On supposera que le flux surfacique émis $\varphi_{e,S}$ est uniforme sur toute la surface du Soleil.

▶ Puisqu'on suppose le flux surfacique émis uniforme sur toute la surface du Soleil,

$$P_{e,S} = \varphi_{e,S} \cdot S_S = \varphi_{e,S} \cdot 4\pi R_S^2$$

où S_S est la surface du Soleil. On peut aussi écrire $P_{e,S}$

$$P_{e,S} = 4\pi R_S^2 \sigma T_S^4$$

On peut montrer que la puissance $P_{i,T}$ reçue du Soleil par la Terre a pour expression

$$P_{i,T} = \frac{\pi R_T^2}{4\pi d^2} P_{e,S} = \frac{R_T^2}{4 d^2} P_{e,S}$$

où πR_T^2 est la surface que présente la terre au rayonnement et d la distance Soleil-Terre. La Terre reçoit donc la puissance

$$P_{i,T} = \frac{\pi R_T^2}{d^2} R_S^2 \sigma T_S^4$$

La Terre réfléchit une partie de l'énergie reçue par le Soleil (la fraction réfléchie s'appelle l'**albedo** A de la planète) et absorbe le reste. L'albedo A a donc pour expression

$$A = \frac{P_{r,T}}{P_{i,T}}$$

où $P_{r,T}$ est la puissance réfléchie par la Terre et $P_{i,T}$ la puissance incidente reçue par la Terre.

9) Donner l'expression de $P_{a,T}$ la puissance absorbée par la Terre.

▶ La conservation de l'énergie impose

$$P_{a,T} + P_{r,T} = P_{i,T}$$

soit

$$P_{a,T} = P_{i,T} - P_{r,T} = P_{i,T} - A\, P_{i,T} = (1 - A)\, P_{i,T}$$

Finalement

$$P_{a,T} = (1-A)\frac{\pi R_T^2}{d^2} R_S^2 \sigma T_S^4$$

10) On suppose que la Terre se comporte comme un corps noir de température T_T (température de la planète) en équilibre radiatif et thermodynamique. Donner l'expression du flux surfacique $\varphi_{e,T}$ émis par la Terre puis celle de $P_{e,T}$ la puissance rayonnée par la Terre.

▶ Puisque la Terre est supposée se comporter comme un corps noir de température T_T en équilibre radiatif et thermodynamique,

$$\varphi_{e,T} = \sigma T_T^4$$

et

$$P_{e,T} = 4\pi R_T^2 \sigma T_T^4$$

11) Écrire l'équation qui traduit l'équilibre radiatif de la Terre et en déduire l'expression de sa température T_T.

▶ L'équilibre radiatif impose

$$P_{i,T} = P_{p,T}$$

où $P_{i,T}$ est la puissance incidente et $P_{p,T}$ la puissance partante. On a montré que cette relation est équivalente à

$$P_{a,T} = P_{e,T}$$

où $P_{a,T}$ est la puissance absorbée et $P_{e,T}$ est la puissance émise.
Par identification on obtient

$$(1-A)\frac{\pi R_T^2}{d^2} R_S^2 \sigma T_S^4 = 4\pi R_T^2 \sigma T_T^4$$

soit

$$T_T = T_S\left((1-A)\frac{R_S^2}{4d^2}\right)^{1/4}$$

12) Calculer la valeur de T_T.
L'albedo de la Terre vaut $A = 0{,}34$ et la température du Soleil $T_S = 5785\,\mathrm{K}$.

▶ **A.N.** $T_T = 281{,}9\,\mathrm{K} \simeq 9\,°\mathrm{C}$

13) La valeur de la température obtenue à partir du modèle précédent vous parait-elle réaliste?
Comment pourrait-on améliorer le modèle ?

▶ Cette température est bien évidemment trop basse. Le modèle ne tient absolument pas compte du rôle joué par l'atmosphère qui absorbe une partie du rayonnement solaire avant que celui-ci n'atteigne le sol et une partie du rayonnement terrestre.

On modélise maintenant la Terre en faisant les hypothèses siuvantes :

- Le sol et l'atmosphère de températures (T_0, T_1) rayonnent approximativement comme des corps noirs de températures (T_0, T_1) ;
- L'atmosphère absorbe la fraction α du rayonnement solaire et absorbe complètement le rayonnement de la Terre. La Terre absorbe la fraction $(1-\alpha)$ du rayonnement solaire et absorbe le rayonnement de l'atmosphère ;
- On néglige l'épaisseur de l'atmosphère. La surface de l'atmosphère est donc égale à la surface du sol, c'est à dire $4\pi R_T^2$;
- La puissance incidente considérée dans ce modèle est la puissance absorbée dans le modèle précédent (de façon à prendre en compte l'albedo :

$$P_{iT} = (1-A)\frac{\pi R_T^2}{d^2} R_S^2 \sigma T_S^4$$

14) Écrire l'équation qui traduit l'équilibre radiatif au niveau du sol.

▶ Le sol,

- rayonne comme un corps noir à la température T_0 ;
- reçoit le rayonnement émis par l'atmosphère ;
- absorbe une fraction du rayonnement issu du Soleil.

$$4\pi R_T^2 \sigma T_0^4 = 4\pi R_T^2 \sigma T_1^4 + (1-\alpha)(1-A)\frac{\pi R_T^2}{d^2} R_S^2 \sigma T_S^4$$

soit

$$T_0^4 = T_1^4 + (1-\alpha)(1-A)\frac{R_S^2}{4d^2} T_S^4$$

15) Écrire l'équation qui traduit l'équilibre radiatif de l'atmosphère.

▶ L'atmosphère,

- rayonne comme un corps noir à la température T_1 vers l'espace et vers le sol ;
- reçoit le rayonnement émis par le sol ;
- absorbe une fraction du rayonnement issu du Soleil.

$$2 \times 4\pi R_T^2 \sigma T_1^4 = 4\pi R_T^2 \sigma T_0^4 + \alpha(1-A)\frac{\pi R_T^2}{d^2} R_S^2 \sigma T_S^4$$

soit

$$T_1^4 = \frac{T_0^2}{2} + \alpha(1-A)\frac{R_S^2}{8d^2} T_S^4$$

16) En déduire les expressions des températures T_0 et T_1 en fonction de la température T_T et du coefficient α.

▶ $$T_T^4 = (1-A)\frac{R_S^2}{4\,d^2}\,T_S^4$$

donc

$$T_0^4 = T_1^4 + (1-\alpha)\,T_T^4$$

et

$$2\,T_1^4 = T_0^4 + \alpha\,T_T^4$$

Finalement

$$\begin{aligned} T_0 &= T_T\,(2-\alpha)^{1/4} \\ T_1 &= T_T \end{aligned}$$

17) Calculer la nouvelle température du sol. Ce modèle est-il plus réaliste ?

▶ **A.N.** $T_1 = 286{,}4\,\mathrm{K}$ soit 13,2 °C.
Cette température est plus conforme à la réalité. Le modèle ci-dessus est cependant trop simple, car il ne tient pas compte des spécificités géographiques (latitude), temporelles (cycle diurne-nocturne et cycle des saisons) et météorologiques de la Terre. Ainsi, l'albédo est de 70 % pour les nuages, la glace ou la neige, de 40 % pour les déserts et de seulement 5 à 10 % pour les forêts ou la mer.