Aspect énergétique des phénomènes mécaniques
Théorème de l'énergie cinétique

Chap. 13,1

Au programme

- Je sais :
  - Donner l’expression de l’énergie cinétique d’un système modélisé par un point matériel ;
  - Définir le travail d’une force ;
  - Déterminer l’expression du travail d’une force constante ;
  - Expliquer ce qu’est une force conservative ;
  - Énoncer le théorème de l’énergie cinétique.

- Je suis capable :
  - D’utiliser l’expression de l’énergie cinétique d’un système modélisé par un point matériel
  - D’utiliser l’expression du travail de n’importe quelle force constante lors du déplacement d’un système ponctuel ;
  - D’exploiter le théorème de l’énergie cinétique.

1. Énergie cinétique d'un système ponctuel

1.1 Système mécanique ponctuel

- Un **système mécanique** est l'**objet ou l'ensemble des objets auxquels on s'intéresse et dont on étudie le mouvement**.
- Un système mécanique est dit **ponctuel** lorsqu'**on peut le réduire à un point**.
  On ne s'intéresse alors plus du tout à sa structure interne.
- *L'intérêt d'un système ponctuel est qu'il possède une vitesse*, contrairement aux solides dont il est difficile de définir la vitesse, dans le cas général, et donc l'étude est plus délicate.

1.2 Énergie cinétique

- L'énergie cinétique (étymologie : force en action) est l'énergie que possède un corps du fait de son mouvement.

L'énergie cinétique d'un système ponctuel est égale au produit de sa masse par le carré de sa vitesse :

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2$$

- m est exprimée en kilogramme (kg), v en mètre par seconde ($\mathrm{m \cdot s^{-1}}$) et E_C en joule (J).

1.3 L'énergie cinétique en question

- Si on double la masse d'un point matériel, à vitesse constante, l'énergie cinétique est :

■ multipliée par 2 □ multipliée par 4 □ inchangée □ divisée par 2 □ divisée par 4

- Si on double la vitesse d'un point matériel, à masse constante, l'énergie cinétique est :

□ multipliée par 2 ■ multipliée par 4 □ inchangée □ divisée par 2 □ divisée par 4

- L'énergie cinétique est une grandeur absolue, indépendante du référentiel utilisé pour décrire le mouvement :

□ Vrai ■ Faux

- Lors d'un accident, les dégâts provoqués par un poids lourd sont plus importants que ceux occasionnés par une voiture roulant à la même vitesse :

■ Vrai □ Faux

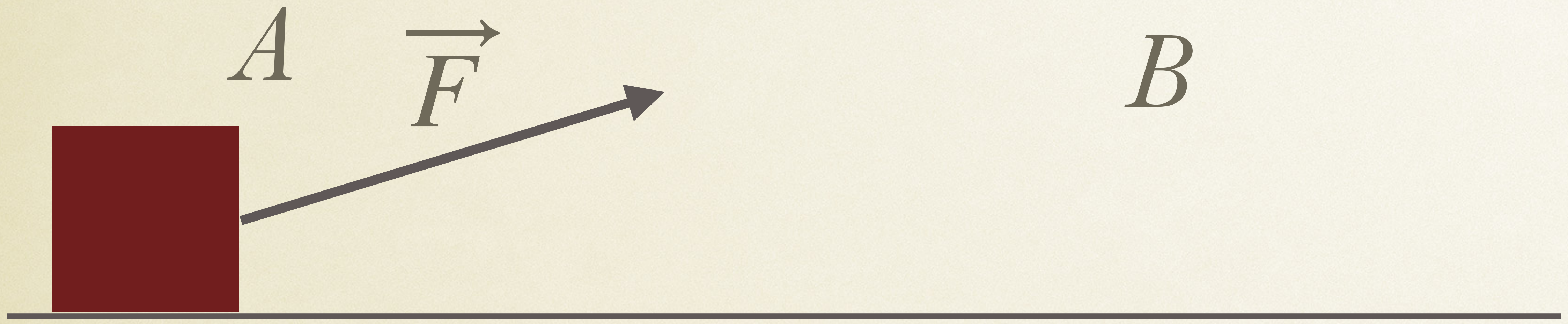
Une dissipation d'énergie cinétique sert ici à démolir un bâtiment.

Wikipédia

- En résumé
  - *L'énergie cinétique est proportionnelle à la masse.*
  - *L'énergie cinétique est proportionnelle au carré de la vitesse.*
  - *L'énergie cinétique dépend du référentiel utilisé pour décrire le mouvement puisque la vitesse dépend du référentiel. Ce n'est donc pas une grandeur absolue.*

2. Travail d'une force constante

2.1 Travail d'une force



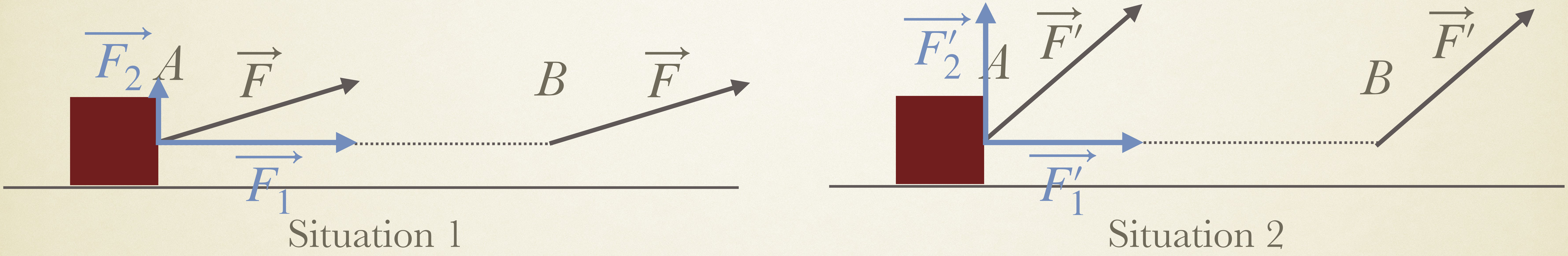
- Une personne exerce une force $\vec{F}$, par l'intermédiaire d'un fil, afin de faire avancer la valise.
- Le point d'application de la force se déplace du point A au point B.

- La valise, initialement immobile, est mise en mouvement : elle a reçu de l'énergie (cédée par la personne).

On appelle **travail**, l'énergie reçue par un système lorsque **le point d'application d'une force**, qui exerce une action sur lui, **se déplace**.

Le travail est un **transfert ordonné d'énergie**.

2.2 De quoi dépend le travail d'une force ?



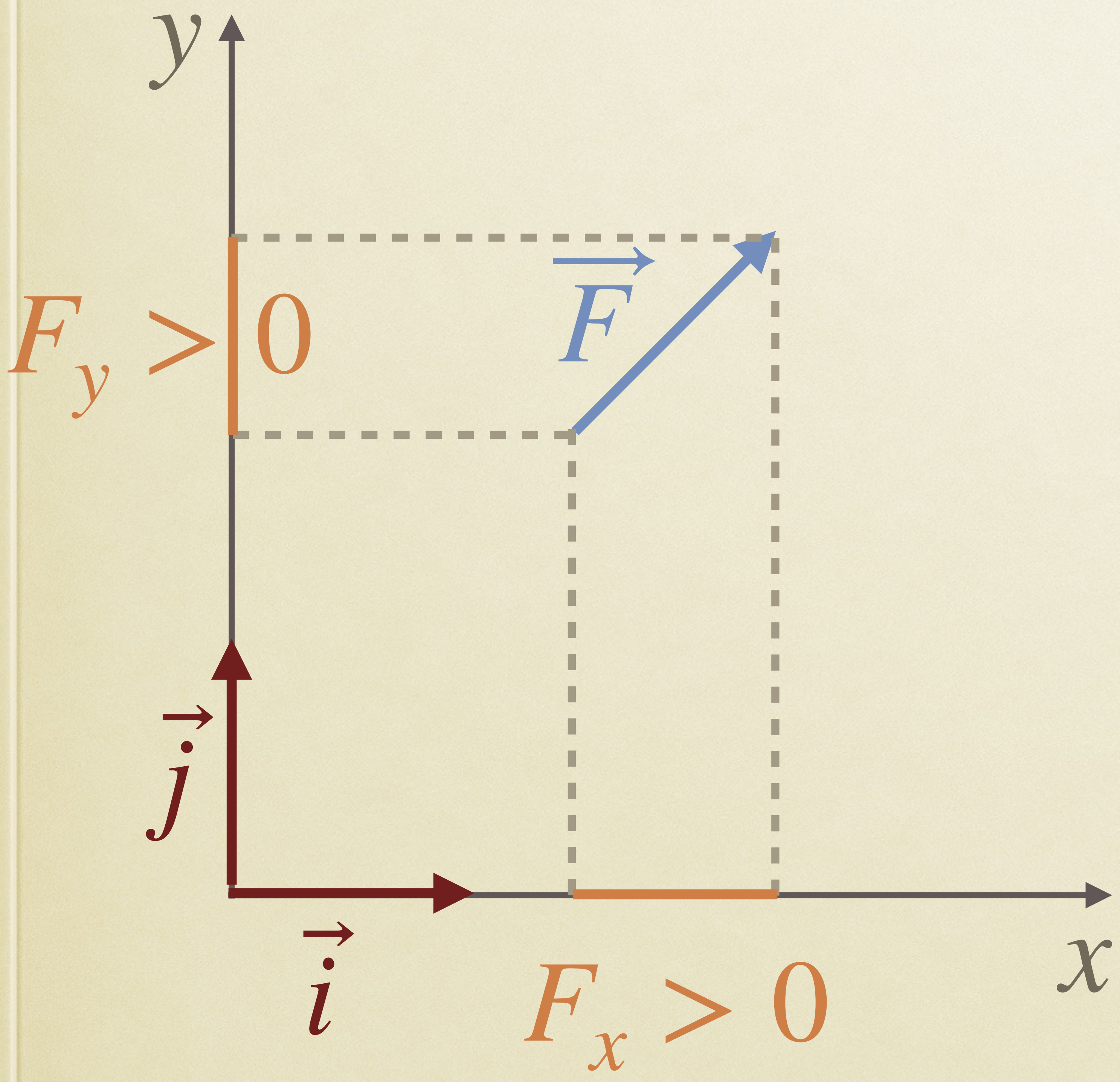
- La valeur du travail doit dépendre de la **valeur** de la force $\overrightarrow{F}$;
- La valeur du travail doit dépendre de la **longueur** AB ;

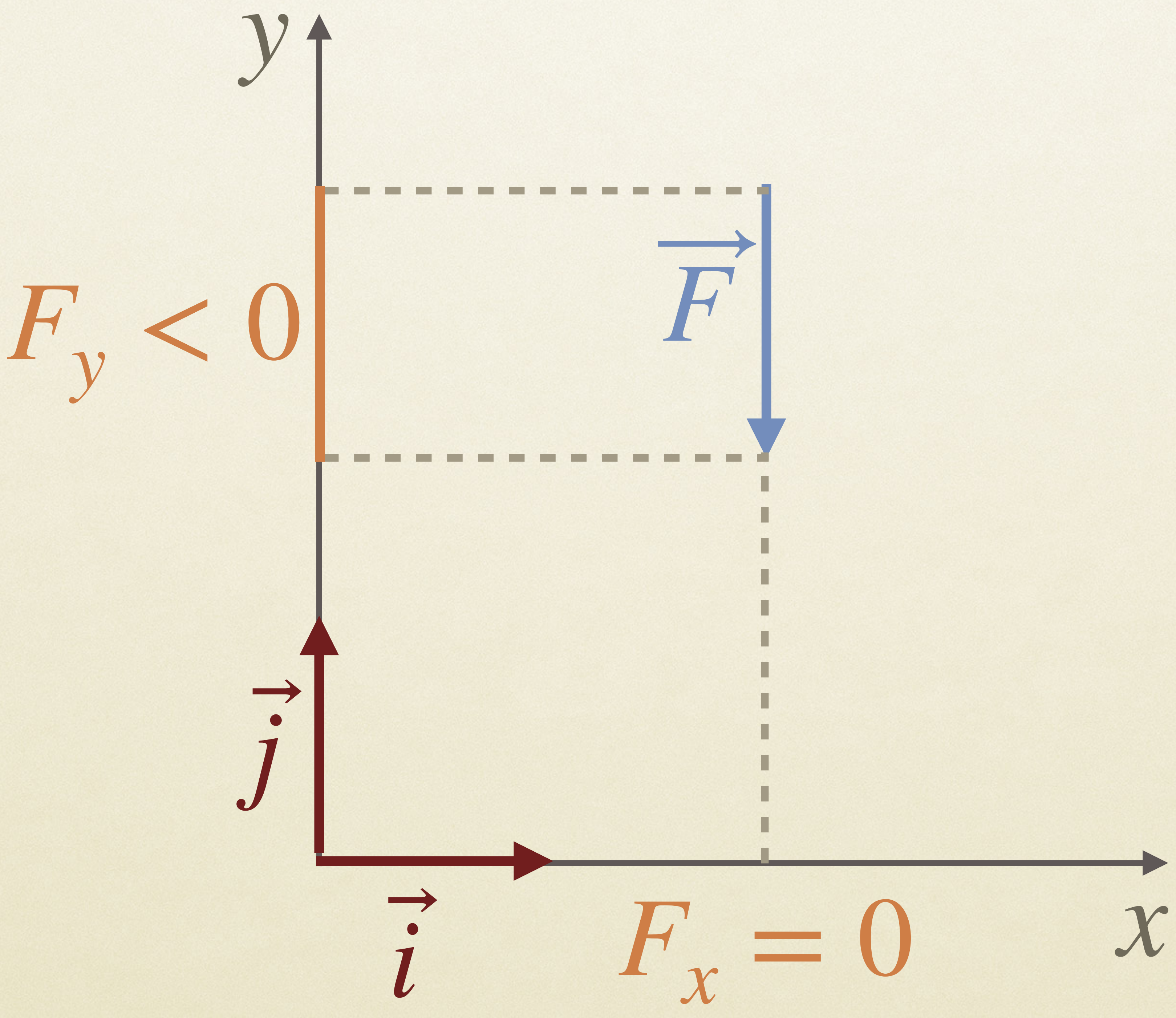
Pour quelle situation le transfert d'énergie est-il le plus grand si $F = F'$?

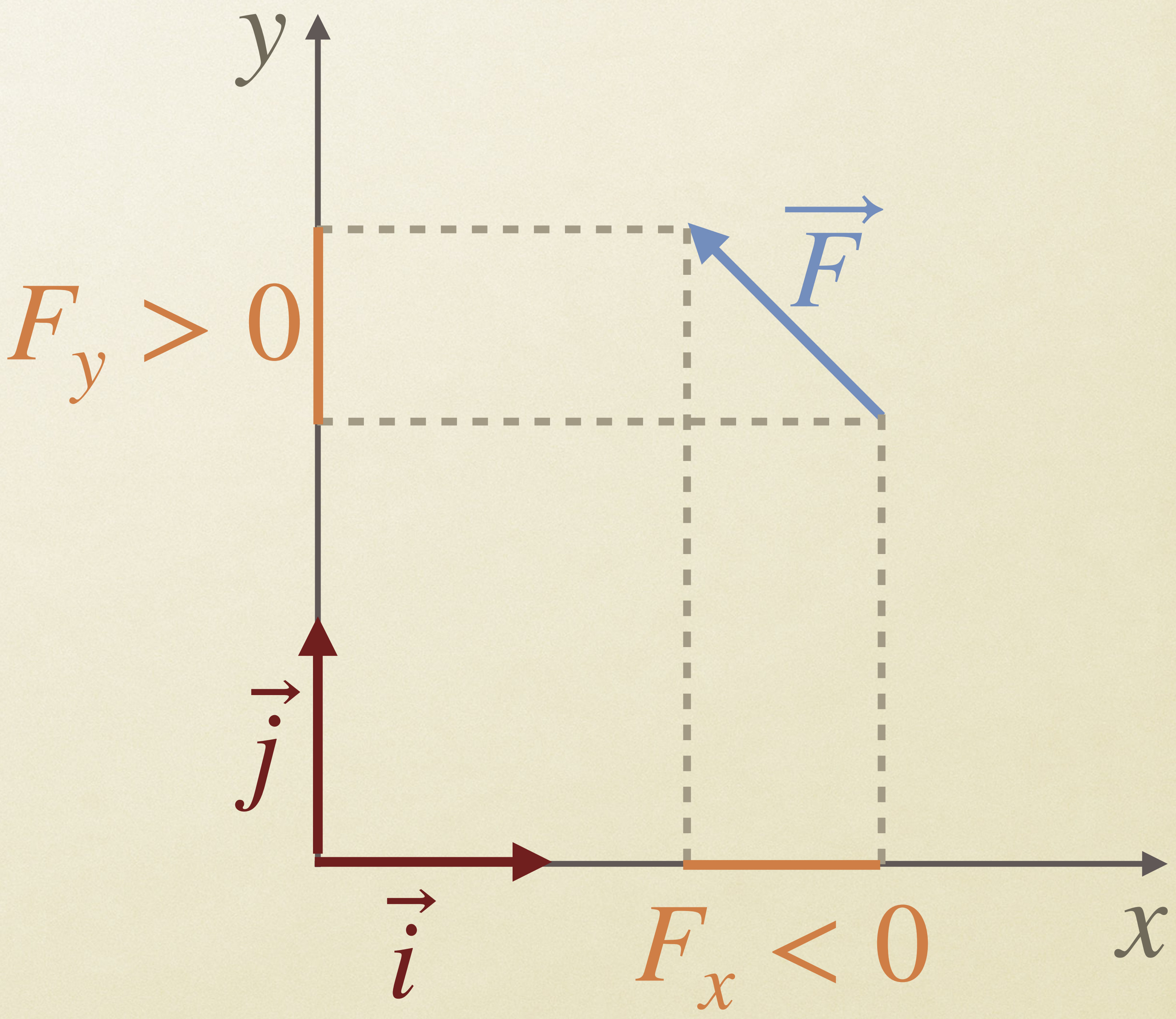
- La valeur du travail doit dépendre de la **projection** de la force $\overrightarrow{F}$ sur la direction (AB)

2.3 Projection orthogonale d'un vecteur sur une droite

- Projeter orthogonalement un vecteur sur un axe c'est déterminer la **longueur algébrique** de la projection de ce vecteur cet l'axe.







2.4 Expression du travail d'une force constante

Le travail W_{AB} d'une **force constante** $\vec{F}$ dont le **point d'application se déplace** d'un point A à un point B est donné par la relation :

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$\vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$ est le produit scalaire des vecteurs $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$, donc

$$W_{AB}(\vec{F}) = \|\vec{F}\| \cdot \|\overrightarrow{AB}\| \cdot \cos(\alpha)$$

$$= F \cdot AB \cdot \cos(\alpha)$$

où α est l'angle que font les directions des vecteur $\vec{F}$ et $\overrightarrow{AB}$

- Le travail est un **transfert d'énergie**, c'est une **valeur scalaire** (nombre) qui s'exprime en joule (J)

2.5 Quand le travail d'une force est-il nul ?

- $W_{AB}(\overrightarrow{F}) = \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \cdot AB \cdot \cos(\alpha) = 0$
    - si $AB = 0$, le **point d'application de la force ne se déplace pas** ;
    - si $\alpha = \dfrac{\pi}{2}[\pi]$, les **directions de $\overrightarrow{F}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont perpendiculaires**.

2.6 Travail moteur, travail résistant

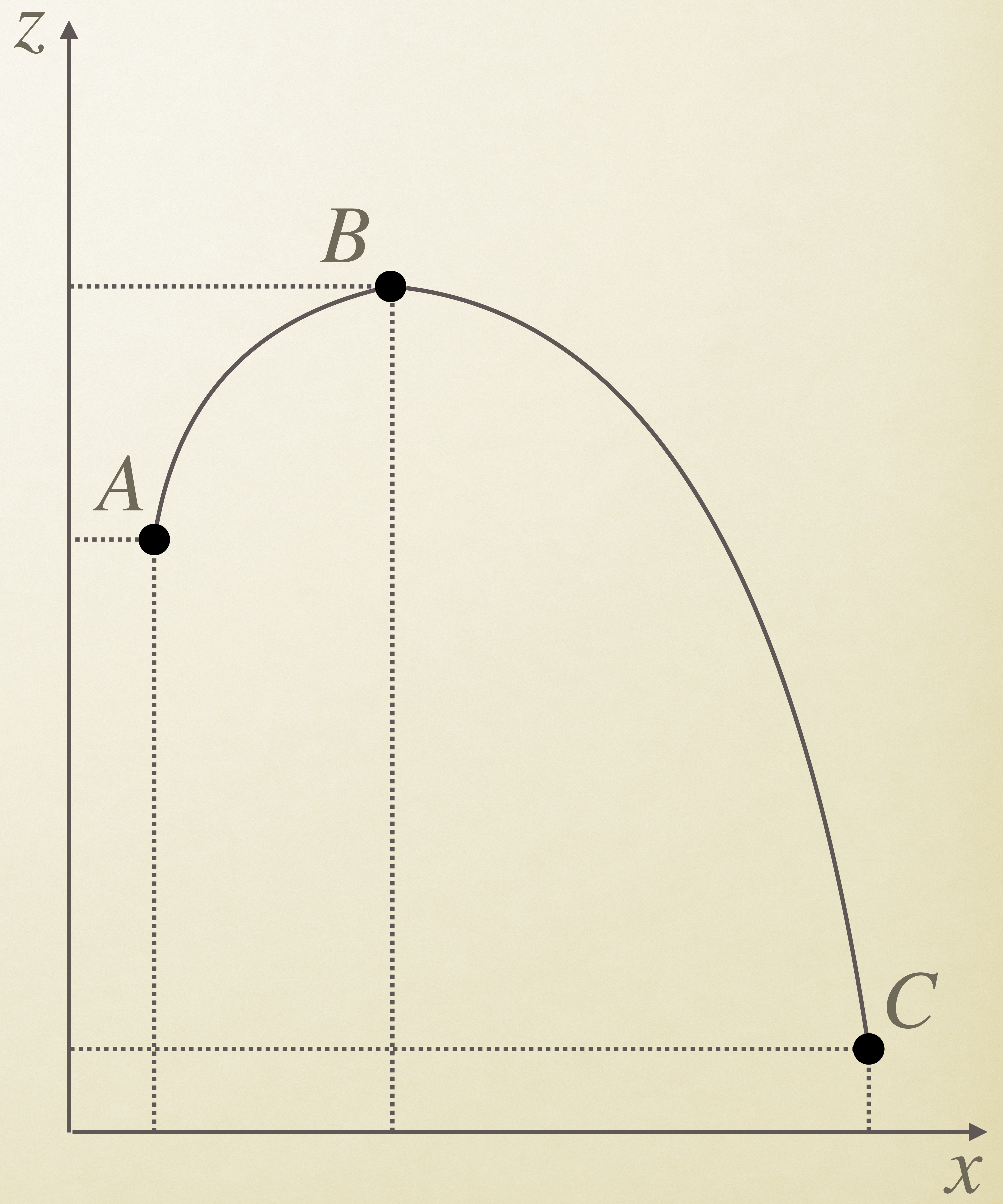
- Le travail $W_{AB}(\overrightarrow{F})$ est un **transfert ordonné d'énergie** (énergie transférée par la force lorsque son point d'application se déplace). Donc :
    - Si $W_{AB}(\overrightarrow{F}) > 0$, le **système reçoit effectivement de l'énergie** : le travail est dit **moteur** ;
    - Si $W_{AB}(\overrightarrow{F}) < 0$, le **système perd de l'énergie** : le travail est dit **résistant** ;
    - Si $W_{AB}(\overrightarrow{F}) = 0$, le **système ne reçoit aucune énergie**.

2.7 Travail du poids

Parti du point A ($x_A = 1\,\text{km}, z_A = 0{,}3\,\text{km}$), un planeur atteint le point B ($x_B = 5\,\text{km}, z_B = 1{,}5\,\text{km}$) grâce à des courants ascendants, puis il rejoint sa base de départ, de coordonnées ($x_C = 15\,\text{km}, z_C = 50\,\text{m}$).

La masse totale du planeur est $m = 0{,}28\,\text{t}$. L'intensité du champ de pesanteur est $g = 9{,}8\,\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

1. Calculer le travail du poids :
   1. à l'issue de la phase ascensionnelle ;
   2. au cours de la descente.
2. Calculer le travail de la force de pesanteur entre A et C.
3. Conclusion ?



2.7 Le poids, une force conservative

Lorsqu'un système ponctuel passe d'un point A à un point B, *la valeur du travail du poids ne dépend pas du chemin suivi entre ces points* : le poids est une **force conservative**.

Une **force conservative** est une *force dont le travail ne dépend pas du chemin suivi entre deux positions*.

- En fait, on peut remarquer que, non seulement la valeur du travail du poids ne dépend pas du chemin suivi, mais elle ne dépend que des altitudes des points A et B :

$$W_{AB}(\overrightarrow{P}) = -mg(z_B - z_A)$$

2.8 Modélisations des frottements

- **Frottement fluide.** On *modélise* les frottements fluide par la force $\overrightarrow{f_f}$ de caractéristiques :
  - **Direction :** *celle du mouvement* (donc cell… a vitesse $\overrightarrow{v}$)
  - **Sens :** *sens opposé au mouv*… …lui de $\overrightarrow{v}$)
  - **Valeur :** $f_f = k$ · … …u 2

$\overrightarrow{f_f}$ n'est constante que si le mouvement est rectiligne et uniforme

$$\overrightarrow{f_f} = -k \cdot v^{\alpha-1} \cdot \overrightarrow{v}$$

- **Frottem**… …n *modélise* les frottements solides par la force $\overrightarrow{f}$ de caractéristiques :
  - … *celle du mouvement* (donc celle de la vitesse $\overrightarrow{v}$)
  - …s : *sens opposé au mouvement* (donc à celui de $\overrightarrow{v}$)
  - **Valeur :** *f constante*

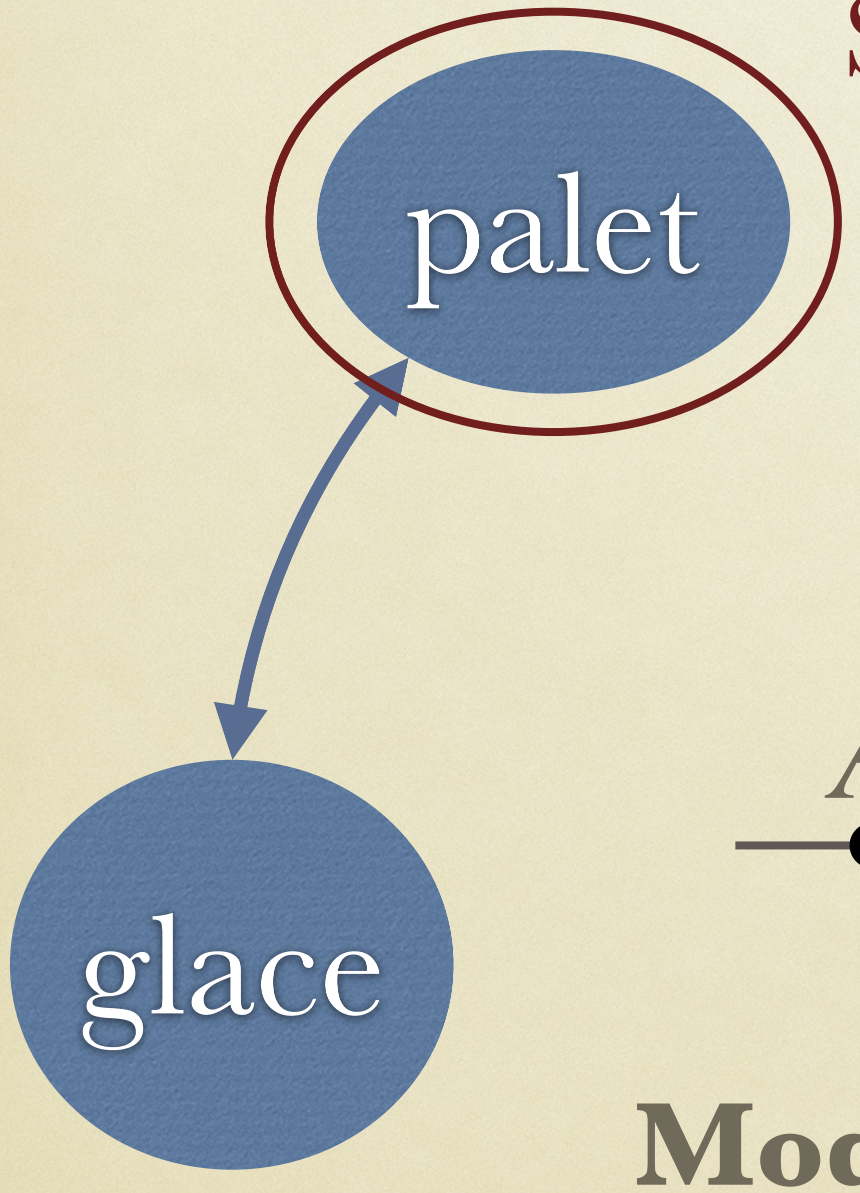
$\overrightarrow{f}$ n'est constante que si le mouvement est rectiligne

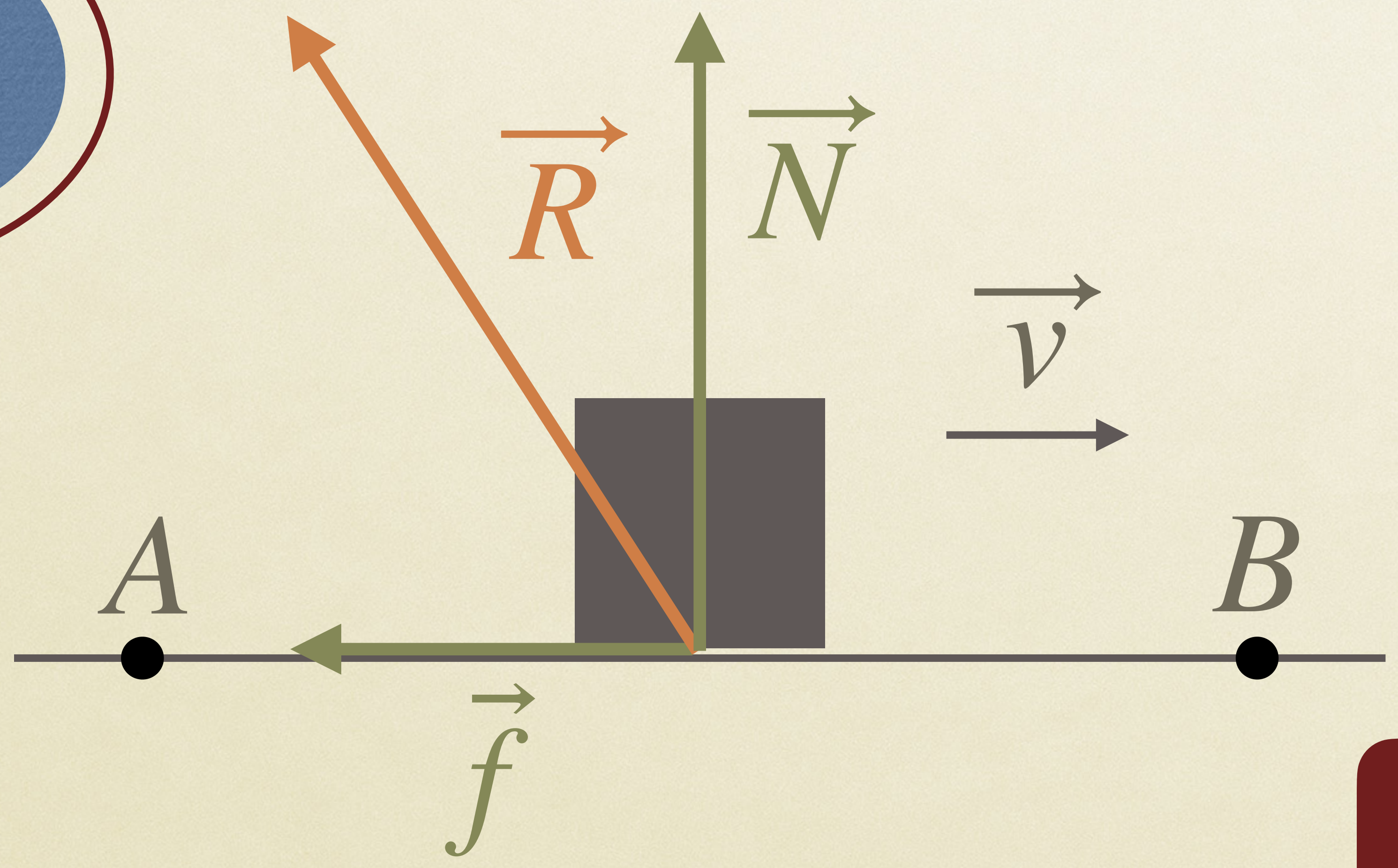
Au lycée, on ne sait exprimer que le travail d'une force constante

2.9 Travail de la réaction d'un support

Malgré les efforts des joueurs, un palet de curling lancé sur une piste glacée horizontale finit toujours par s'arrêter à cause de l'action de la glace sur le palet.

1. Modéliser l'action de la glace sur le palet.
2. Déterminer l'expression du travail de la force modélisant l'action de la glace sur le palet.





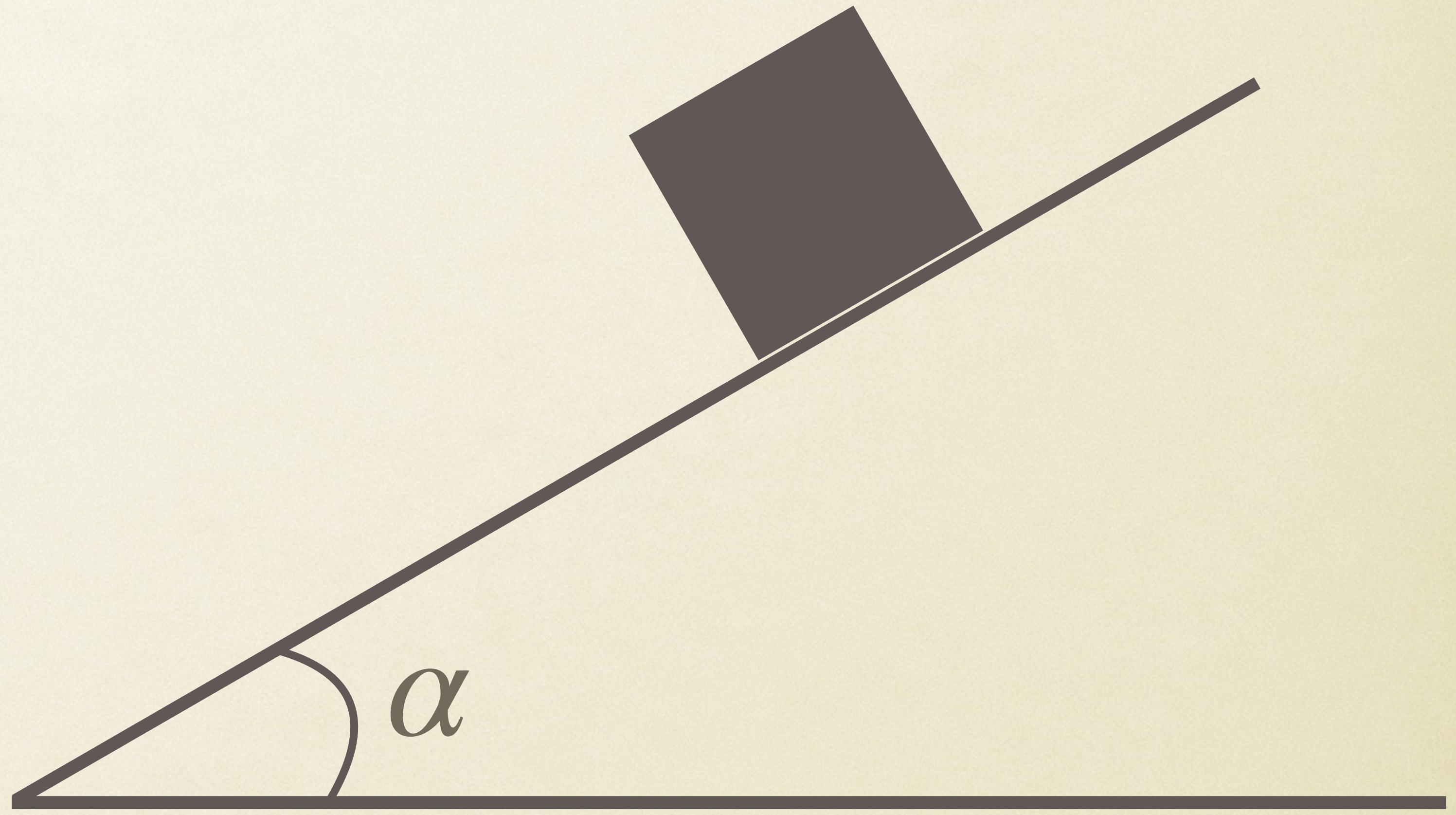
Modélisation : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}$

$$
\begin{aligned}
W_{AB}(\vec{R}) &= W_{AB}(\vec{N}) + W_{AB}(\vec{f}) \\
&= \vec{N} \cdot \overrightarrow{AB} + \vec{f} \cdot \overrightarrow{AB} \\
&= 0 + f \cdot AB \cdot \cos(\pi) \\
&= -f \cdot AB < 0
\end{aligned}
$$

Le travail des forces de frottement est toujours **résistant**.

2.10 Exercice

Dans le service de manutention d'une usine, un colis de masse $m = 12\,\mathrm{kg}$ est posé au sommet d'un toboggan rectiligne incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. Le colis glisse à vitesse constante.



1. Modéliser toutes les actions sur le colis.
2. Quelle relation existe entre le poids $\overrightarrow{P}$ du colis et la force de réaction $\overrightarrow{R}$ qui s'exerce sur lui ?
3. Calculer le travail effectué par ces deux forces au cours d'un déplacement $AB = 6\,\mathrm{m}$ du colis.

3. Comment faire varier l'énergie cinétique d'un système ?

3.1 Théorème de l'énergie cinétique

Dans un **référentiel galiléen**, la variation d'énergie cinétique d'un système ponctuel, entre deux instants, est égale à la somme des travaux des forces qui s'appliquent sur ce système :

$$\Delta E_C = E_C(B) - E_C(A) = \sum_i W_{AB}(\overrightarrow{F_i})$$

- Si la résultante des forces effectue un **travail moteur**, $\Delta E_C > 0$ la ***valeur*** *de la vitesse du système augmente*.
- Si la résultante des forces effectue un **travail résistant**, $\Delta E_C < 0$ la ***valeur*** *de la vitesse du système diminue*.
- Si la résultante des forces n'effectue **aucun travail**, $\Delta E_C = 0$ la ***valeur*** *de la vitesse du système ne varie pas*.

3.2 Théorème de l'énergie cinétique, exercice

Un bloc rocheux (considéré ponctuel), de masse 50 kg, se détache d'une falaise à 30 m du sol.
Déterminer sa vitesse au niveau du sol. Préciser les hypothèses utilisées.

On prendra $g = 9{,}8\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{kg}^{-1}$.

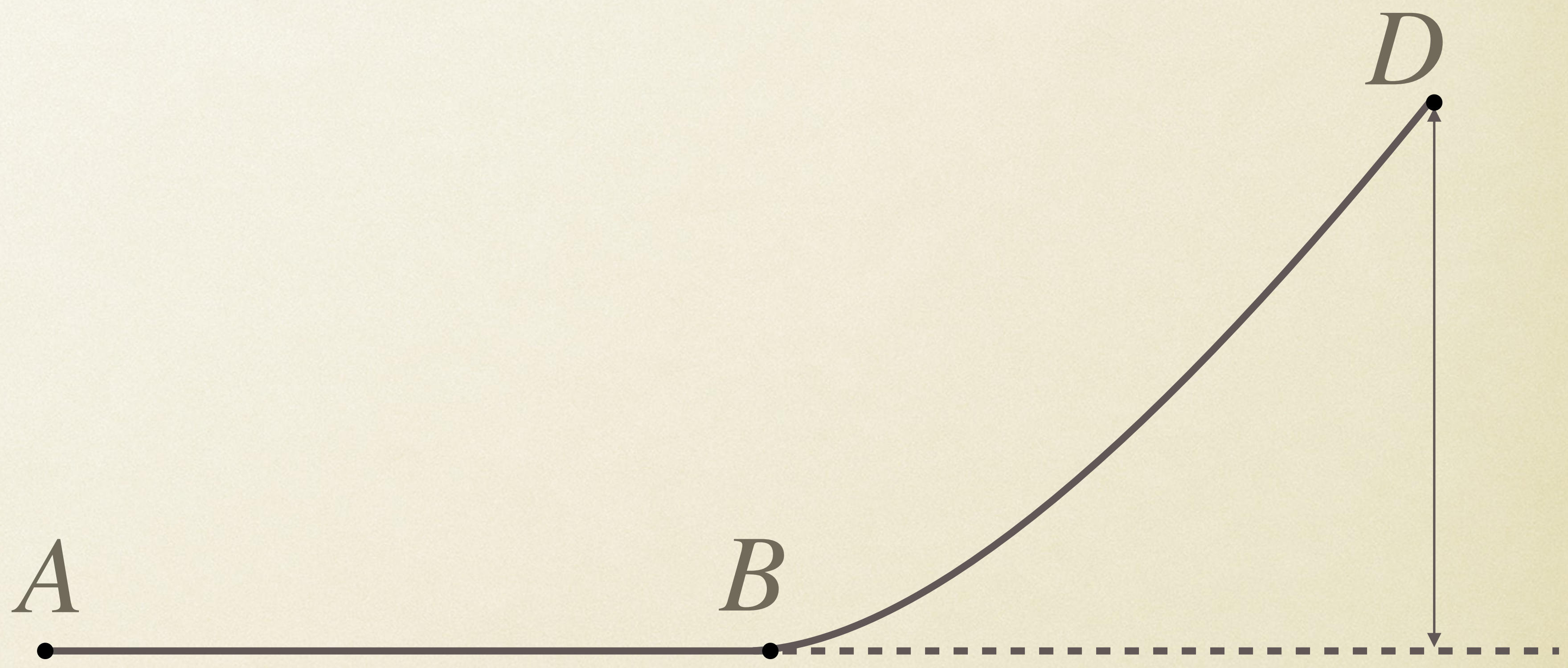
3.3 Théorème de l'énergie cinétique, exercice

Un vaporetto (supposé ponctuel) est une petit embarcation à moteur qui sert à transporter des personnes sur le Grand Canal de Venise. Sa masse est égale à 30 t. Lancé à la vitesse de 9,3 km/h, il s'arrête sur une distance de 15 m lorsque le moteur est coupé.

Calculer la valeur de la résultante des forces, supposée constante, qui s'appliquent sur le vaporetto lors de la phase d'arrêt.

3.4 Théorème de l'énergie cinétique, exercice

Un jeu de fête foraine consiste à pousser, le plus fort possible, un chariot (que l'on considérera ponctuel) se déplaçant sur des rails, afin qu'il atteigne une cible. Les rails possèdent une partie horizontale $AB = l = 1{,}2\,\mathrm{m}$; sur cette partie, un joueur exerce sur le chariot une force constante $\overrightarrow{F}$, d'intensité $120\,\mathrm{N}$, parallèle et de même sens que le vecteur vitesse du chariot. La cible est située à l'altitude $H = 2{,}4\,\mathrm{m}$ par rapport au niveau AB.



Le chariot a une masse $m = 5{,}0\,\mathrm{kg}$. On prendra $g = 10\,\mathrm{N \cdot kg^{-1}}$

1. Calculer l'énergie cinétique du chariot en B, si on néglige les frottements.

2. Le chariot peut-il atteindre la cible, si on maintient l'hypothèse de non frottements ?

3. En réalité, le chariot monte jusqu'à la hauteur $h' = 1{,}9\,\mathrm{m}$. Pourquoi n'atteint-il pas la cible ?