Exercices

Doc. 4,6

Objectif

S'entraîner sur toutes les représentations des nombres étudiées dans le chapitre, en choisissant soi-même la méthode adaptée à chaque situation.

Les exercices mélangent volontairement les notions des Doc. 4,1 à 4,5. Avant de calculer, il faut chaque fois se demander : s'agit-il d'un entier positif, d'un entier relatif ou d'un nombre à virgule ? Sur combien de bits ? Les exercices 1 à 5 se font sans ordinateur ; la console sert ensuite à vérifier les réponses.

§1. Exercice 1 : quelle méthode ?

Q1. Pour chaque demande, indiquer la méthode utilisée, puis répondre.

1. Écrire 200 en base 2 sur 8 bits.
2. Quel entier relatif l'octet 11001000 représente-t-il en complément à 2 ?
3. Combien de bits faut-il pour écrire 1000 ?
4. Écrire $(7\text{F})_{16}$ en base 2, puis en base 10.
5. Écrire 0,375 en base 2.

§2. Exercice 2 : des couleurs en hexadécimal

En HTML, la couleur `#2E8B57` est formée de trois nombres écrits en base 16 sur deux chiffres chacun : `2E` pour le rouge, `8B` pour le vert et `57` pour le bleu.

Q2.
1. Combien de bits occupe chacun des trois nombres ? Combien de valeurs différentes peut-il prendre ?
2. Convertir les trois nombres en base 10.
3. Combien de couleurs différentes peut-on écrire de cette façon ? Donner le résultat sous la forme d'une puissance de 2.

§3. Exercice 3 : vrai ou faux ?

Q3. Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, et justifier en une phrase, avec un exemple ou un calcul.

1. La somme de deux entiers positifs écrits sur 16 bits tient toujours sur 16 bits.
2. Le produit de deux entiers positifs écrits sur un octet tient toujours sur deux octets.
3. Sur 8 bits, l'opposé de chaque entier relatif peut lui aussi s'écrire sur 8 bits.
4. En Python, `0.5 + 0.5 == 1` vaut `True`.
5. Ajouter un 0 à droite de l'écriture binaire d'un entier positif le multiplie par 10.

§4. Exercice 4 : un dépassement de capacité

Un programme range des entiers relatifs sur 8 bits, en complément à 2. Il calcule $100 + 50$.

Q4.
1. Écrire 100 et 50 sur 8 bits, puis poser leur addition.
2. Quel entier relatif l'octet obtenu représente-t-il ?
3. Expliquer pourquoi le résultat est faux, alors qu'aucune retenue n'a été perdue.

Coup de pouce

Quel est le plus grand entier relatif que l'on peut écrire sur 8 bits ?

§5. Exercice 5 : tables de vérité

Q5.

1. Dresser la table de vérité de `a and (b or c)`, qui dépend de trois variables. Combien de lignes faut-il ?
2. Dresser celle de `(a and b) or (a and c)`. Que conclure ?
3. Écrire le programme Python qui affiche la première table, et vérifier la réponse.

§6. Exercice 6 : programmer

Q6. Le **poids** d'un entier positif est le nombre de chiffres 1 de son écriture binaire. Écrire la fonction `poids` sans utiliser `bin`, en s'inspirant de la méthode des divisions successives :

```python
def poids(n: int) -> int:
    """
    Retourne le nombre de chiffres 1 de l'écriture en base 2
    de l'entier positif n.

    >>> poids(13)
    3
    >>> poids(255)
    8
    >>> poids(0)
    0
    """
```

Q7. On veut convertir une écriture hexadécimale en entier, sans utiliser `int(..., 16)`.

1. Écrire la fonction `valeur_chiffre` :

```python
CHIFFRES = "0123456789ABCDEF"


def valeur_chiffre(c: str) -> int:
    """
    Retourne la valeur du chiffre hexadécimal c,
    c'est-à-dire son indice dans CHIFFRES.

    >>> valeur_chiffre("7")
    7
    >>> valeur_chiffre("B")
    11
    """
```

1. En s'inspirant de la fonction `recompose` du Doc. 4,1, écrire la fonction `hexa_vers_decimal` :

```python
def hexa_vers_decimal(hexa: str) -> int:
```

```
    """
    Retourne l'entier dont hexa est l'écriture en base 16.

    >>> hexa_vers_decimal("2E")
    46
    >>> hexa_vers_decimal("7E3")
    2019
    """
```

Coup de pouce

1. Parcourir les indices de `CHIFFRES` et retourner l'indice dès que le caractère correspond.
2. Dans `recompose`, on multipliait par 2 à chaque nouveau chiffre. Par combien faut-il multiplier en base 16 ?

§7. Exercice 7 : une moyenne qui ne tombe pas juste

Un élève a écrit le programme suivant :

```python
moyenne = (12.3 + 11.9 + 12.1) / 3
if moyenne == 12.1:
    print("La moyenne vaut 12,1")
else:
    print("La moyenne ne vaut pas 12,1")
```

Q8.
1. Calculer la moyenne à la main. Quel message l'élève attend-il ?
2. Exécuter le programme. Quel message s'affiche ? Expliquer.
3. Corriger le programme.

§8. Bilan

À l'issue de cette activité, je sais...

- identifier, devant une écriture binaire, la convention à utiliser (entier positif, complément à 2, nombre à virgule) et le nombre de bits ;
- convertir un entier entre les bases 2, 10 et 16, et un nombre à virgule simple en base 2 ;
- prévoir la taille d'une somme ou d'un produit, et reconnaître un dépassement de capacité, y compris en complément à 2 ;
- dresser la table de vérité d'une expression de trois variables et comparer deux expressions ;
- programmer des calculs sur l'écriture binaire ou hexadécimale d'un entier ;
- corriger un programme qui teste l'égalité de deux flottants.